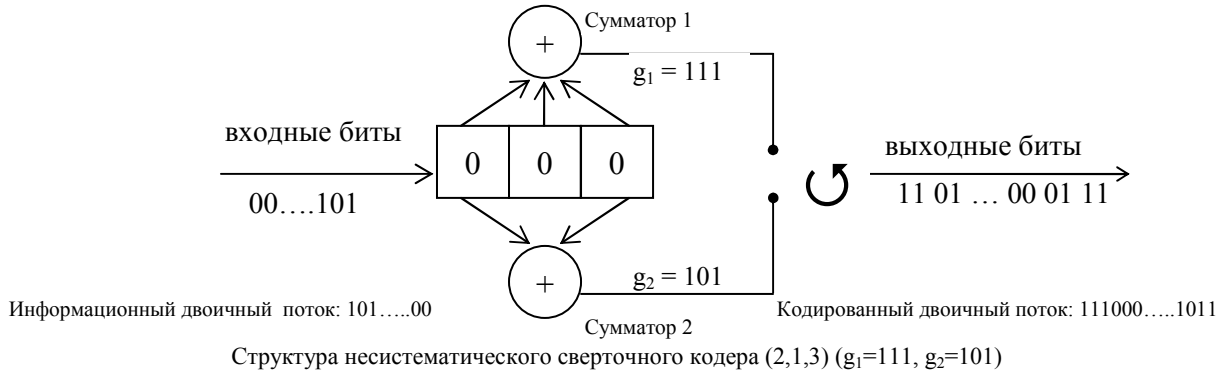


Непрерывные (сверточные) коды.

Несистематический сверточный кодер (2,1,3) ($g_1=111, g_2=101$) ($k=3, q=1, m=2, R=q/m=1/2, n=k\cdot m/q=6, d_f=5$)



№ итерации	Входной информационный бит	Состояние регистра сдвига	Сумматор 1	Сумматор 2	Выходные кодовые комбинации
0	-	000			-
1	1	100	$1\oplus 0\oplus 0=1$	$1\oplus 0=1$	11
2	0	010	$0\oplus 1\oplus 0=1$	$0\oplus 0=0$	10
3	1	101	$1\oplus 0\oplus 1=0$	$1\oplus 1=0$	00
...
N-1	0	010	$0\oplus 1\oplus 0=1$	$0\oplus 0=0$	10
N	0	001	$0\oplus 0\oplus 1=1$	$0\oplus 1=1$	11

Процесс кодирования информационного потока 101...00

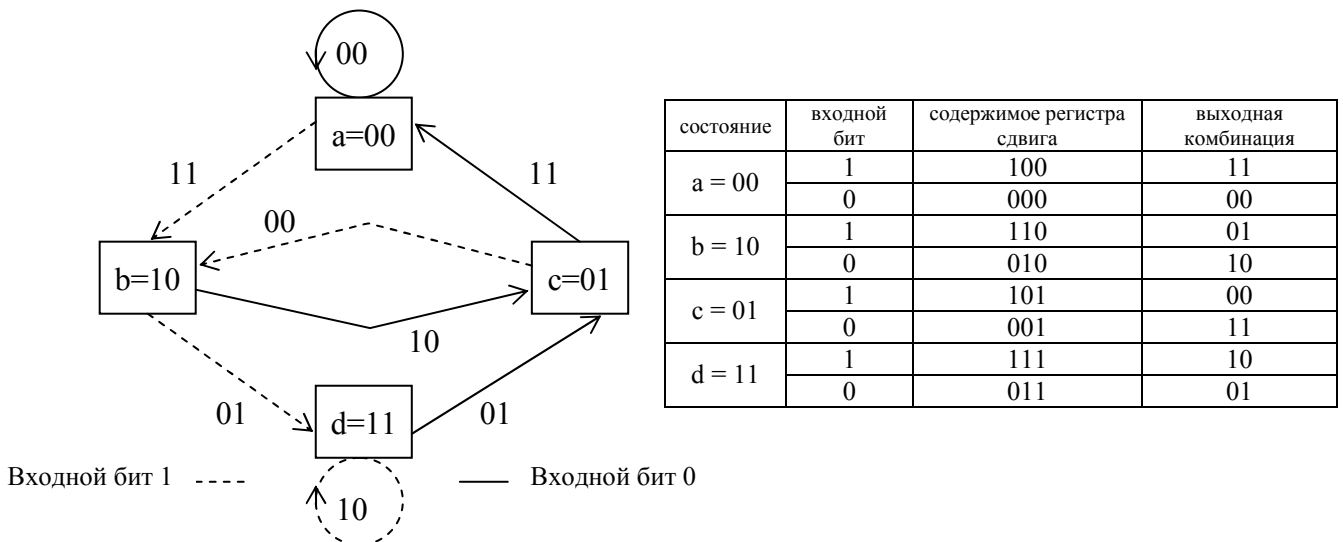
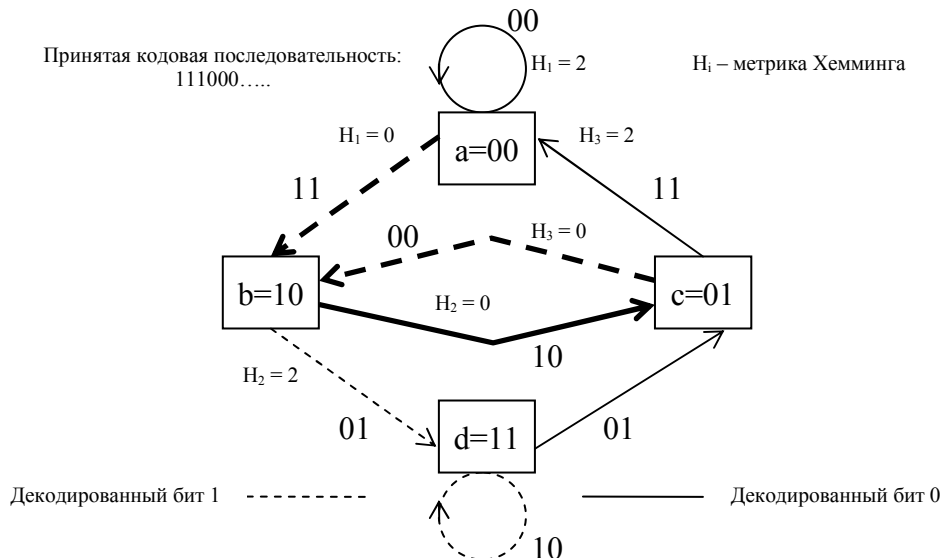
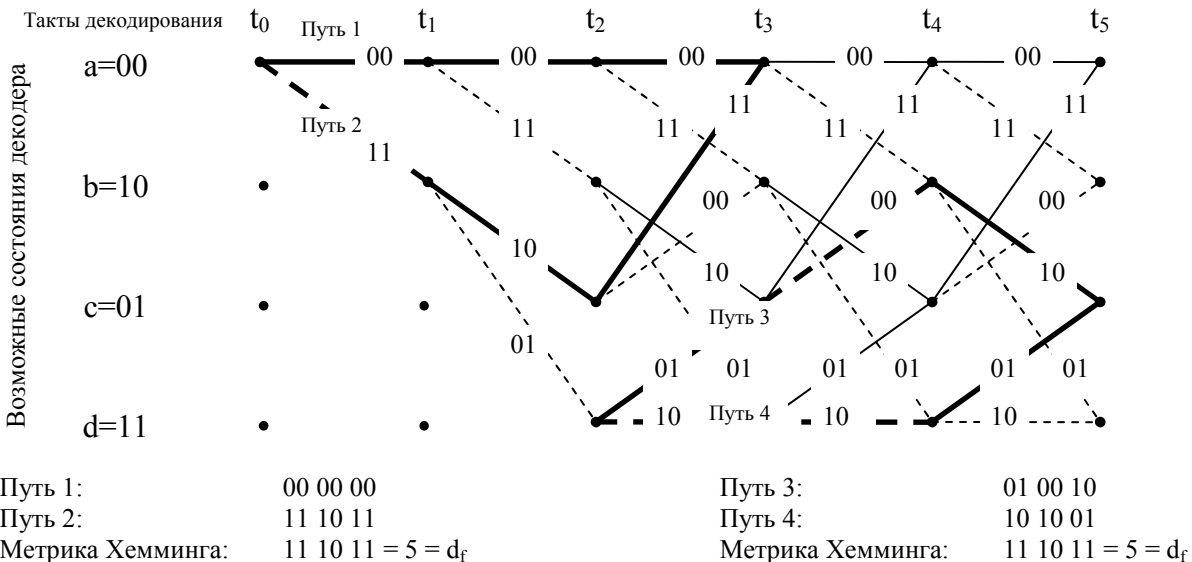
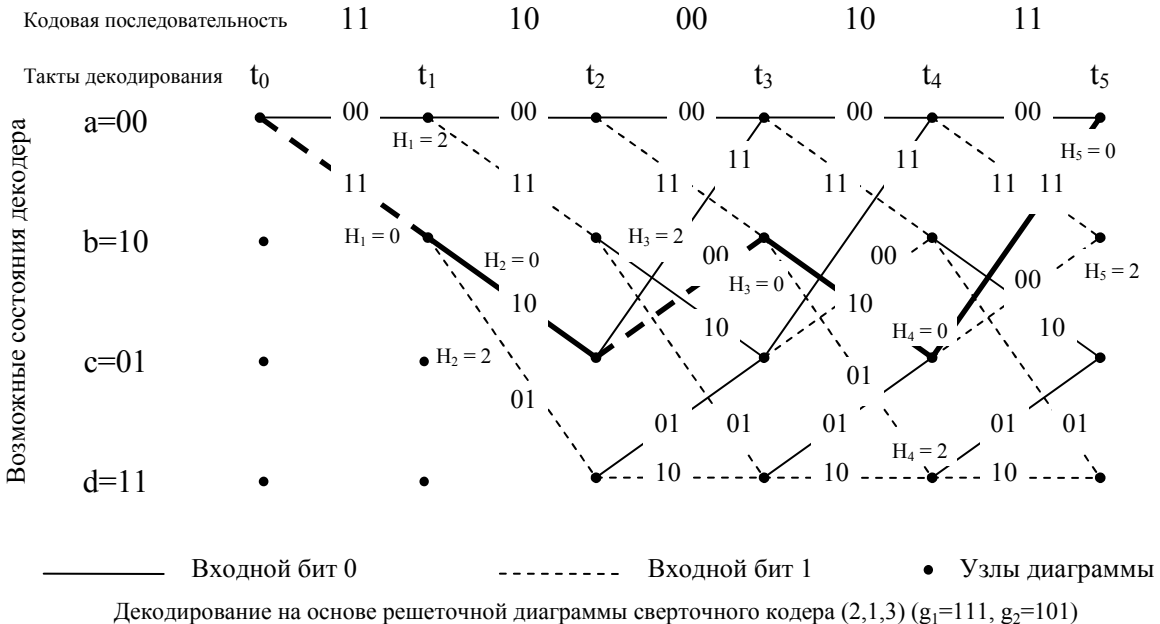
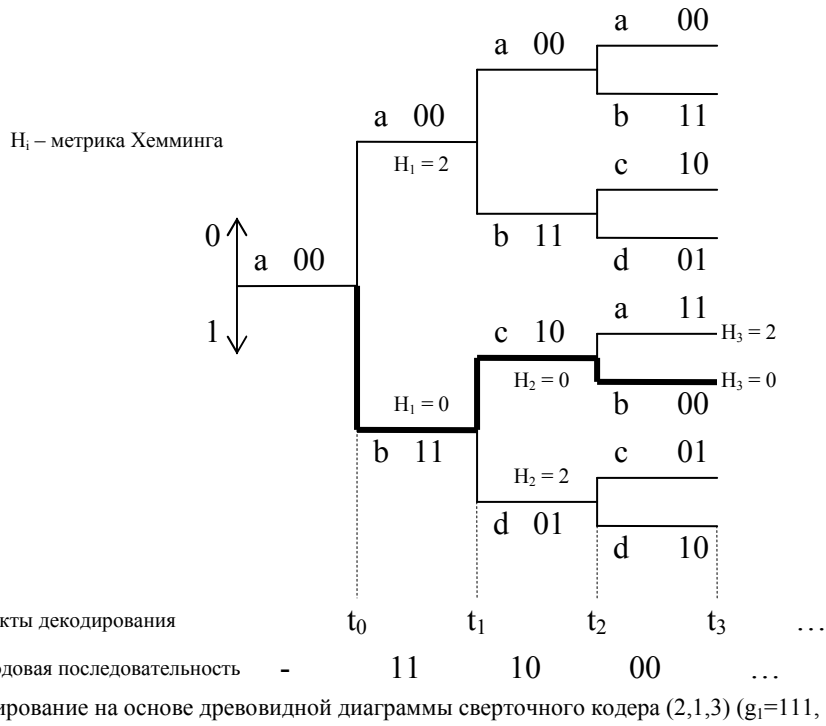


Диаграмма состояний сверточного кодера (2,1,3) ($g_1=111, g_2=101$)



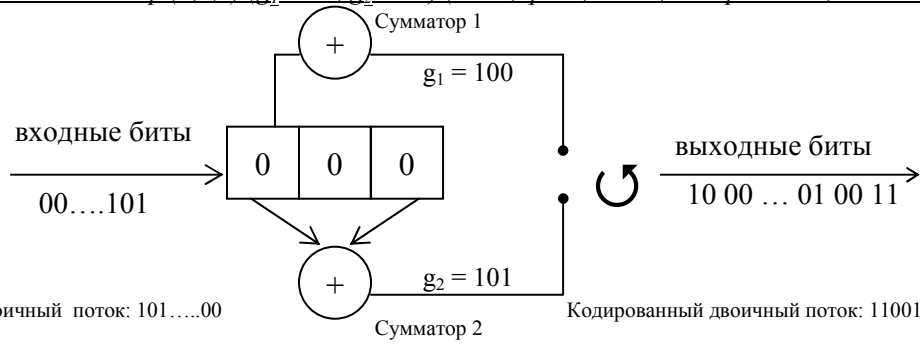
Общий подход к декодированию кодовой комбинации, не содержащей ошибок



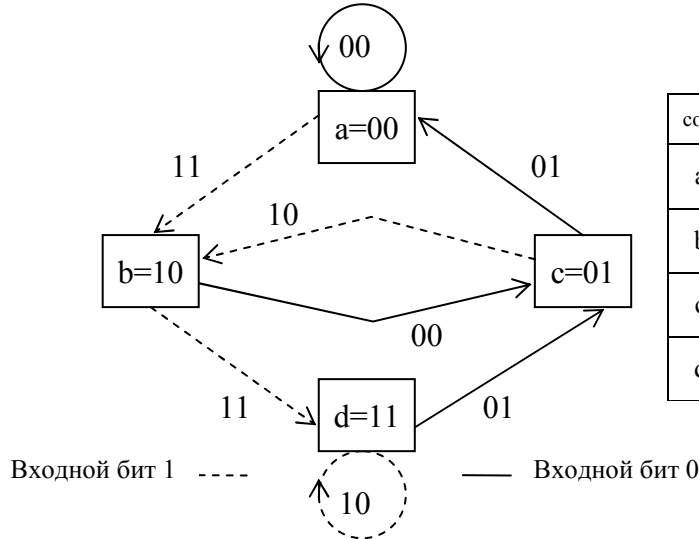
$$t_{испр} = \lfloor (d_f - 1) / 2 \rfloor = 2$$

Определение минимального свободного расстояния d_f сверточного кодера (2,1,3) ($g_1=111, g_2=101$)

Систематический сверточный кодер (2,1,3) ($g_1=100, g_2=101$) ($k=3, q=1, m=2, R=q/m=1/2, n=k\cdot m/q=6, d_f=3$)

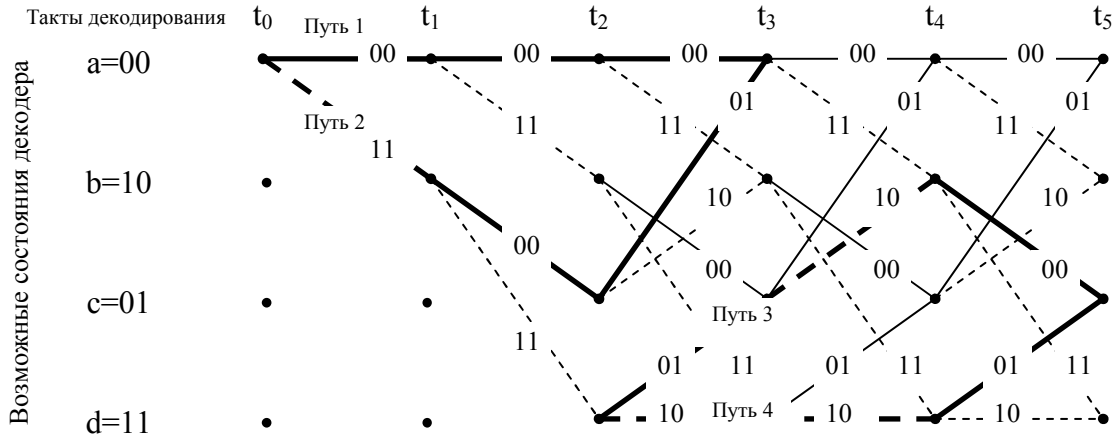


Структура систематического сверточного кодера (2,1,3) ($g_1=100, g_2=101$)



состояние	входной бит	содержимое регистра сдвига	выходная комбинация
a = 00	1	100	11
	0	000	00
b = 10	1	110	11
	0	010	00
c = 01	1	101	10
	0	001	01
d = 11	1	111	10
	0	011	01

Диаграмма состояний сверточного кодера (2,1,3) ($g_1=100, g_2=101$)



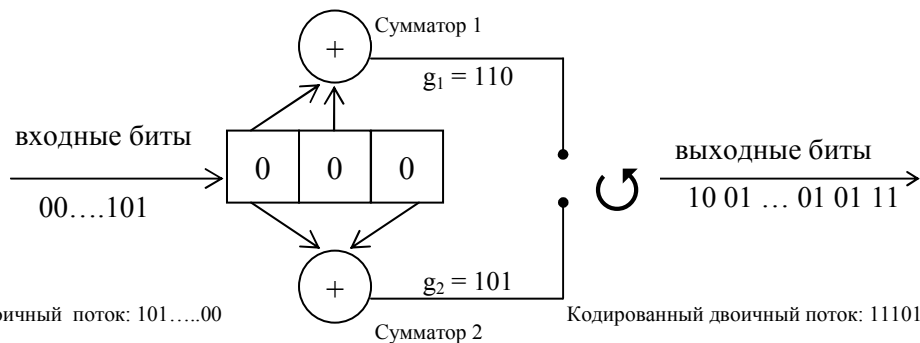
Путь 1: 00 00 00
Путь 2: 11 00 01
Метрика Хемминга: 11 00 01 = 3 = d_f

Путь 3: 01 10 00
Путь 4: 10 10 01
Метрика Хемминга: 11 00 01 = 3 = d_f

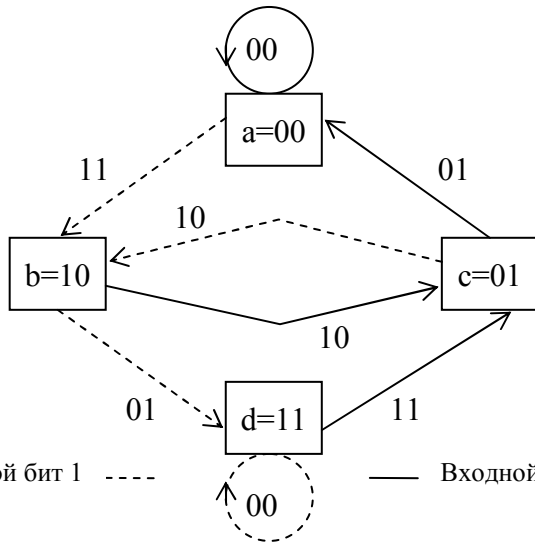
$$t_{\text{испр}} = \lfloor (d_f - 1) / 2 \rfloor = 1$$

Определение минимального свободного расстояния d_f сверточного кодера (2,1,3) ($g_1=100, g_2=101$)

Несистематический катастрофический сверточный кодер (2,1,3) ($g_1=110, g_2=101$) ($k=3, q=1, m=2, R=q/m=1/2, n=k\cdot m/q=6, d_f=4$)

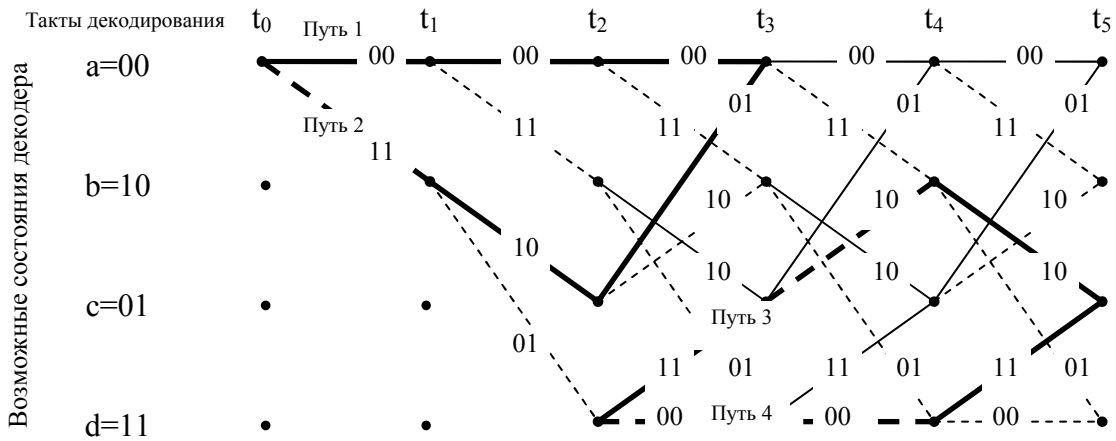


Структура несистематического сверточного кодера (2,1,3) ($g_1=110, g_2=101$)



состояние	входной бит	содержимое регистра сдвига	выходная комбинация
a = 00	1	100	11
	0	000	00
b = 10	1	110	01
	0	010	10
c = 01	1	101	10
	0	001	01
d = 11	1	111	00
	0	011	11

Диаграмма состояний сверточного кодера (2,1,3) ($g_1=110, g_2=101$)



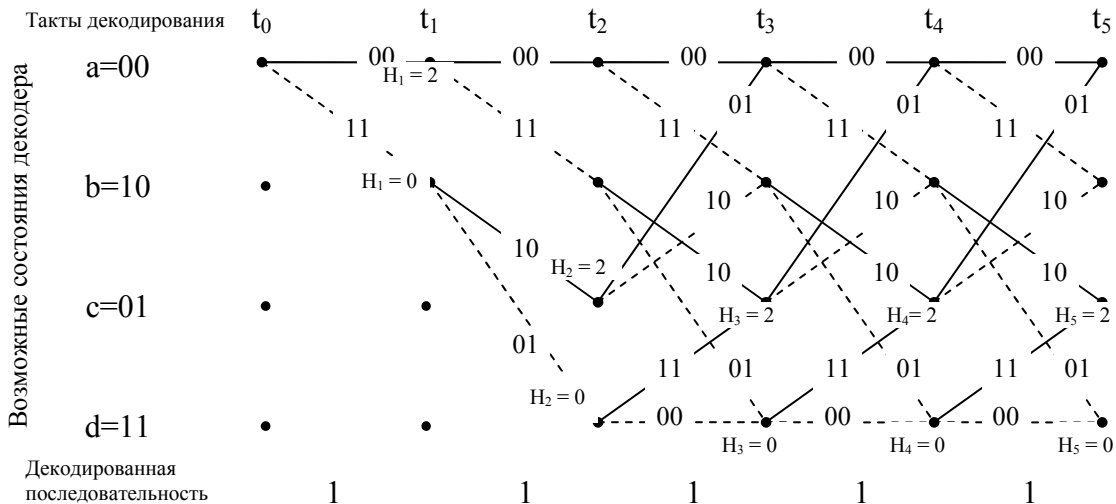
Путь 1: 00 00 00
 Путь 2: 11 10 01
 Метрика Хемминга: 11 10 01 = 4 = d_f

Путь 3: 11 10 10
 Путь 4: 00 00 11
 Метрика Хемминга: 11 10 01 = 4 = d_f

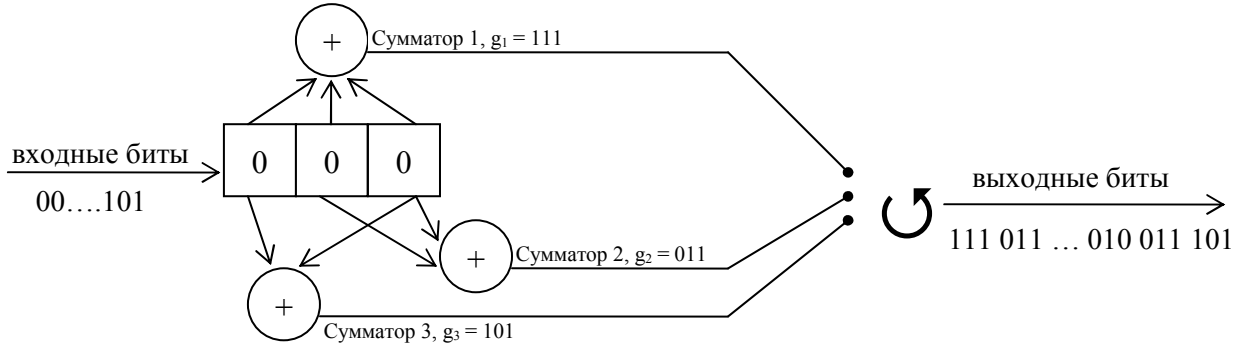
$$t_{испр} = \lfloor (d_f - 1) / 2 \rfloor = 1$$

Определение минимального свободного расстояния d_f сверточного кодера (2,1,3) ($g_1=110, g_2=101$)

Информационная последовательность	0	0	0	0	0
Переданная кодовая последовательность	00	00	00	00	00
Принятая искаженная кодовая последовательность	11	01	00	00	00



Катастрофичность кодера: появление конечного числа ошибок в кодовой последовательности может привести к размножению ошибок при декодировании



Структура несистематического сверточного кодера (3,1,3) ($g_1=111, g_2=011, g_3=101$)

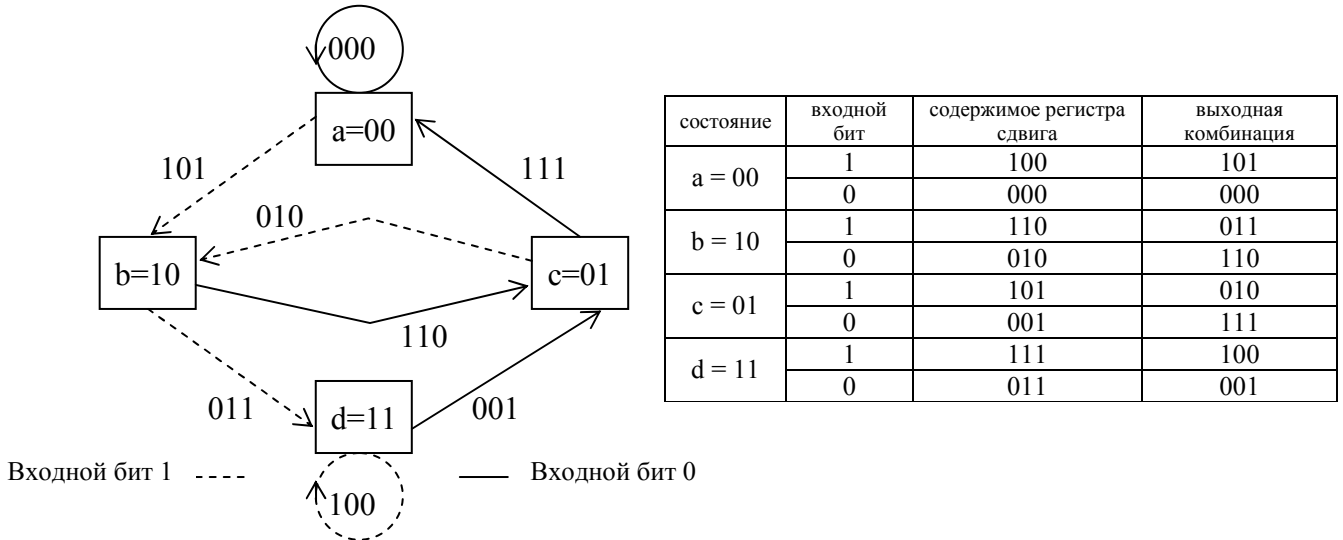
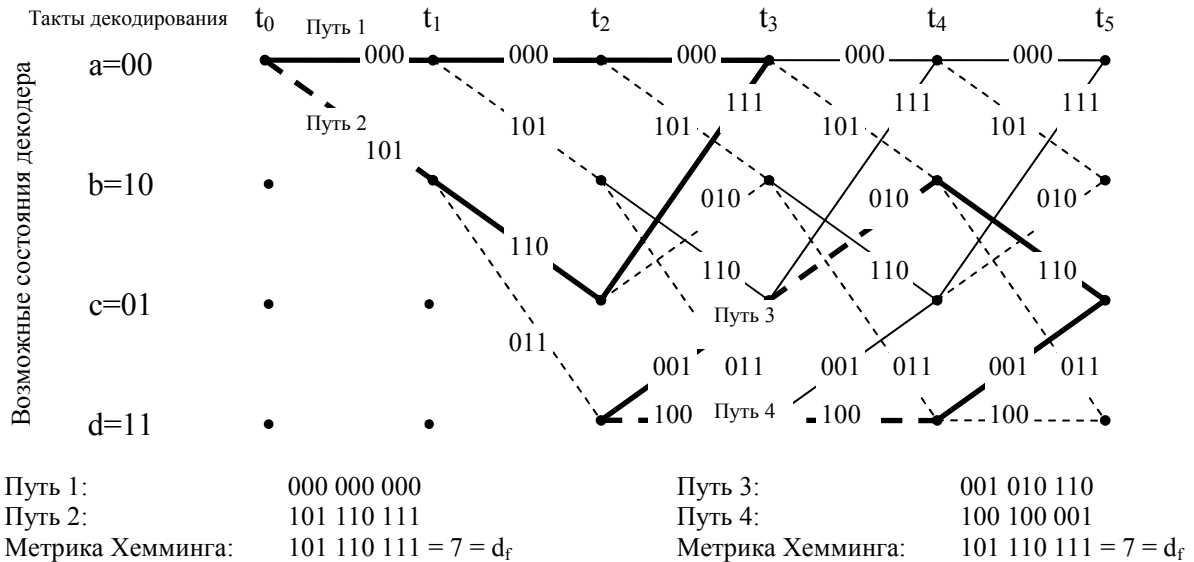


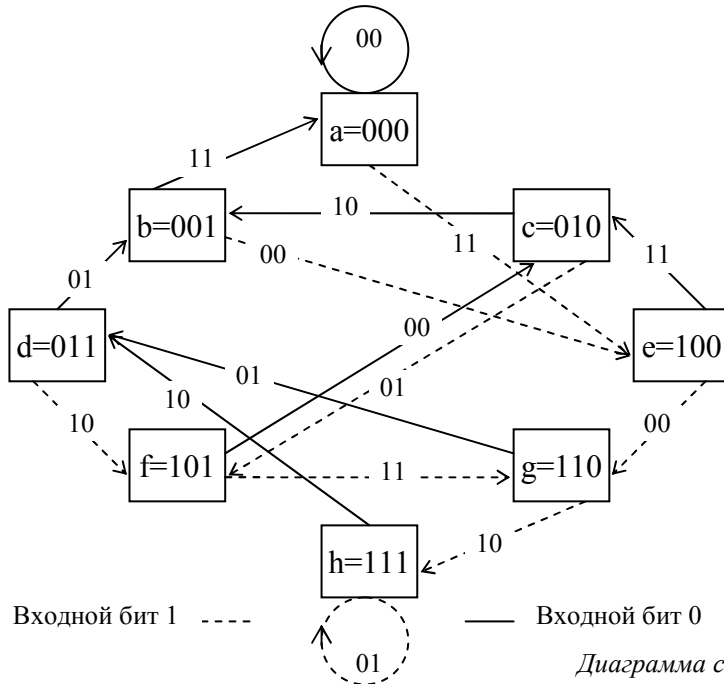
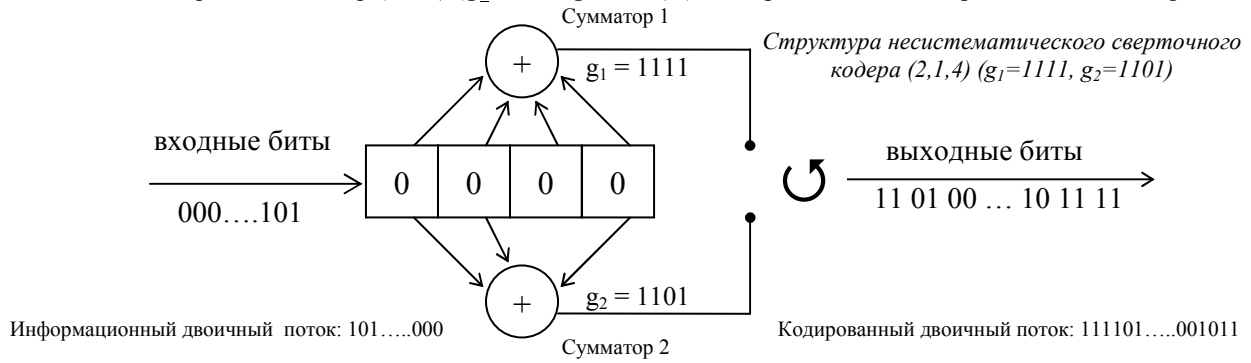
Диаграмма состояний сверточного кодера (3,1,3) ($g_1=111, g_2=011, g_3=101$)



$$t_{испр} = \lfloor (d_f - 1) / 2 \rfloor = 3$$

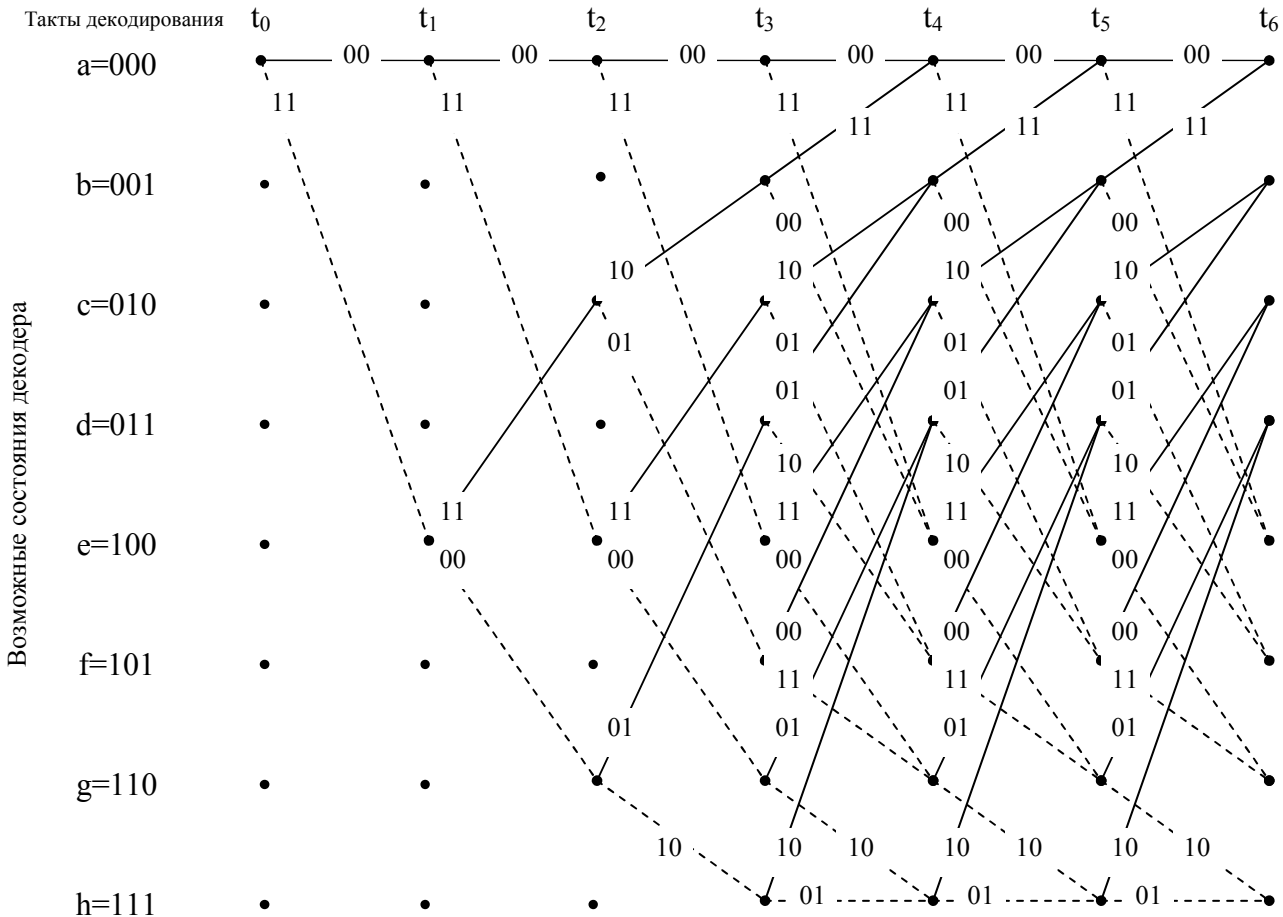
Решеточная диаграмма сверточного кодера (3,1,3) ($g_1=111, g_2=011, g_3=101$) и определение минимального свободного расстояния d_f

Несистематический сверточный кодер (2,1,4) ($g_1=1111, g_2=1101$) ($k=4, q=1, m=2, R=q/m=1/2, n=k-m/q=8, d_f=7$)



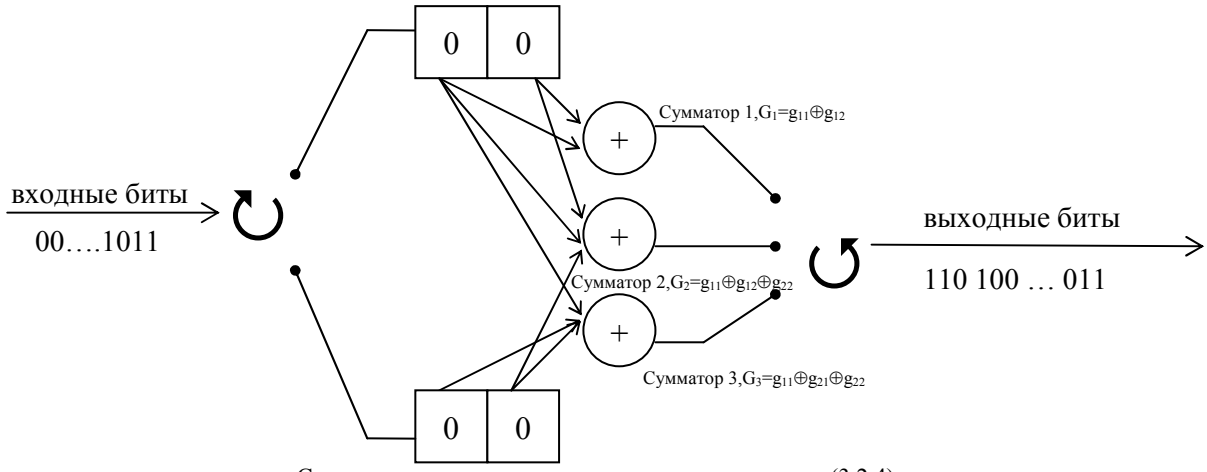
состояние	входной бит	содержимое регистра сдвига	выходная комбинация
a = 000	1	1000	11
	0	0000	00
b = 001	1	1001	00
	0	0001	11
c = 010	1	1010	01
	0	0010	10
d = 011	1	1011	10
	0	0011	01
e = 100	1	1100	00
	0	0100	11
f = 101	1	1101	11
	0	0101	00
g = 110	1	1110	10
	0	0110	01
h = 111	1	1111	01
	0	0111	10

Диаграмма состояний сверточного кодера (2,1,4) ($g_1=1111, g_2=1101$)

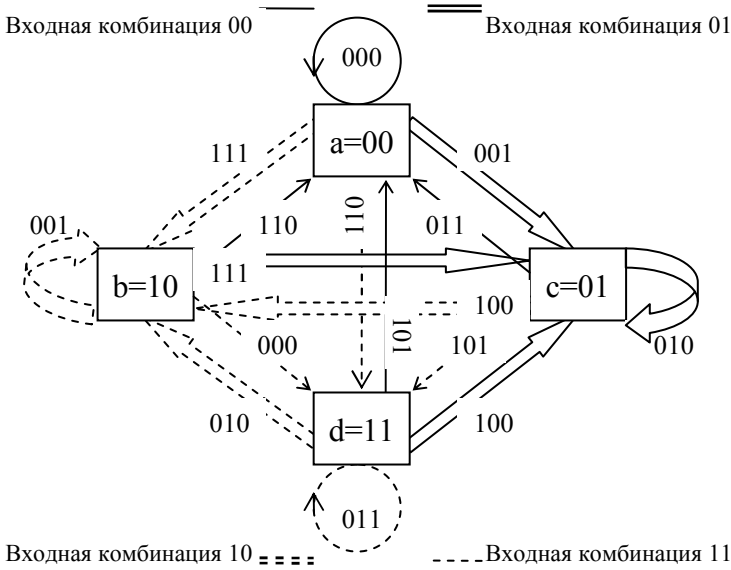


Решеточная диаграмма сверточного кодера (2,1,4) ($g_1=1111, g_2=1101$)

Несистематический сверточный кодер (3,2,4) ($k=3, q=2, m=4, R=q/m=2/3, n=k\cdot m/q=6, d_f=3$)



Структура несистематического сверточного кодера (3,2,4)



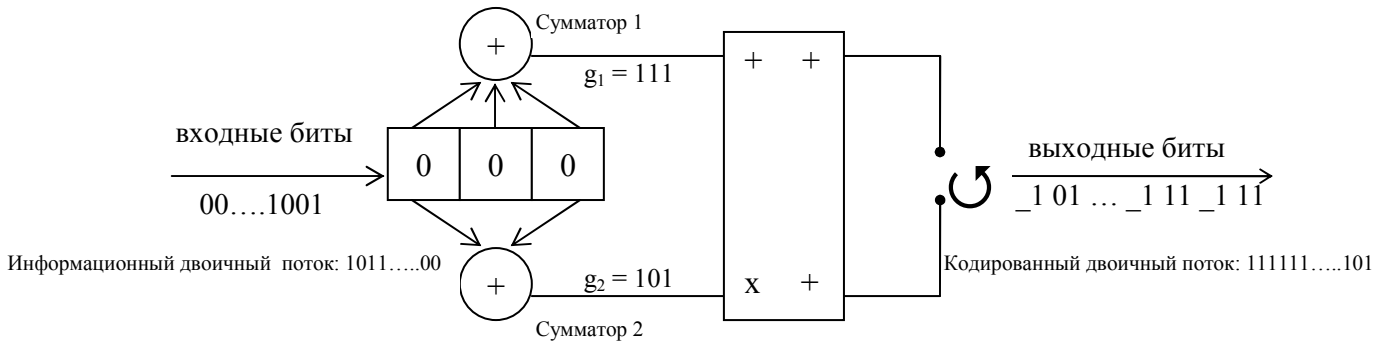
состояние	входные биты	содержимое РС1	содержимое РС2	выходная комбинация
a = 00	00	00	00	000
	01	00	10	001
	10	10	00	111
	11	10	10	110
b = 10	00	01	00	110
	01	01	10	111
	10	11	00	001
	11	11	10	000
c = 01	00	00	01	011
	01	00	11	010
	10	10	01	100
	11	10	11	101
d = 11	00	01	01	101
	01	01	11	100
	10	11	01	010
	11	11	11	011

минимальное свободное расстояние кодера $d_f=3, t_{испр} = \lfloor (d_f - 1)/2 \rfloor = 1$

Диаграмма состояний сверточного кодера (3,2,4) и определение его корректирующей способности

Перфорированные сверточные коды

Перфорированный сверточный кодер (3,2,3) ($g_1=111, g_2=101$) ($k=3, q=2, m=3, R=q/m=2/3$)



Структура систематического сверточного кодера (110, 101)

Матрицы перфорации для получения различных скоростей сверточных кодов

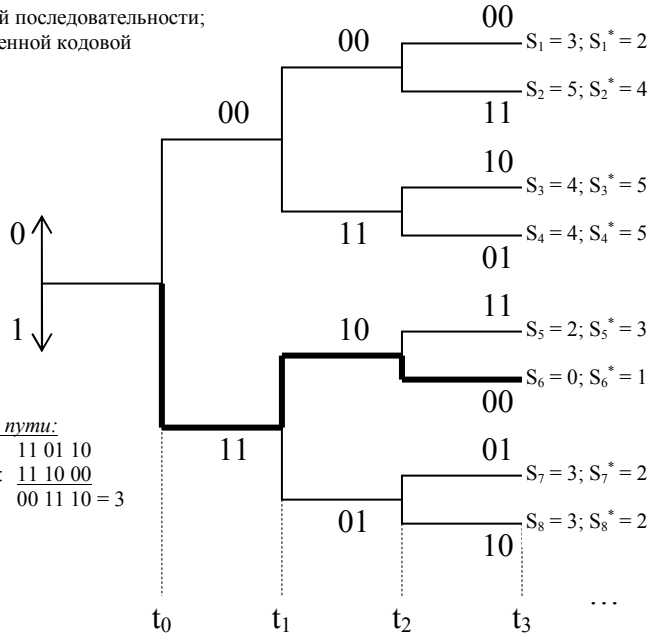
Скорость кода	Правило (маска) перфорации
1/2	+ +
2/3	++ X+
3/4	+X+ X++
5/6	+X+X+ X+X++
7/8	+X+X+X+ X+X++++

Декодирование сверточных кодов с исправлением ошибок.

Декодирование сверточных кодов по алгоритму максимального правдоподобия на примере кодера (2,1,3) ($g_1=111, g_2=101$)

1. Декодирование по алгоритму максимального правдоподобия на основе древовидной диаграммы

S_i – метрика пути для кодовой последовательности;
 S_i^* – метрика пути для искаженной кодовой последовательности



Пример вычисления метрики пути:

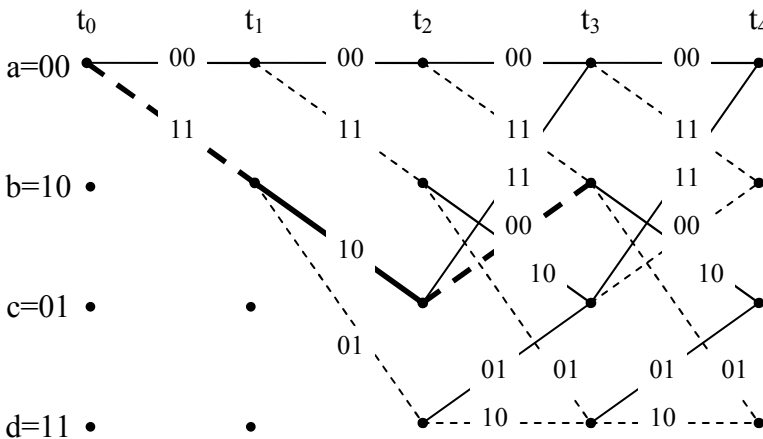
Путь 8: 11 01 10
 Кодовая последовательность: 11 10 00
 Метрика пути S_8 : 00 11 10 = 3

Такты декодирования: t_0 t_1 t_2 t_3 ...
 Кодовая последовательность: - 11 10 00 ...
 Исканная кодовая последовательность: 11 00 00

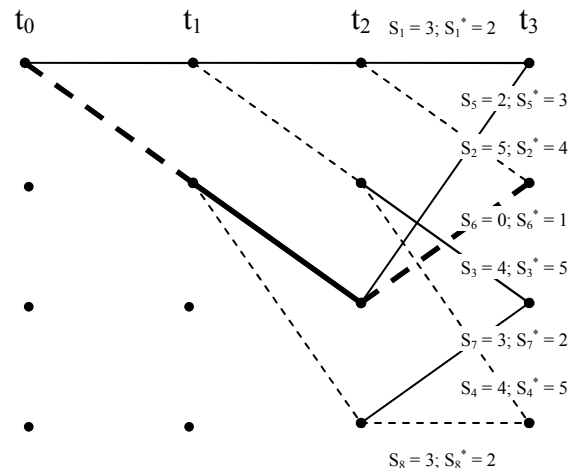
Путь на древовидной диаграмме до такта t_3	Метрика пути S_i (расстояние Хемминга между путем и принятой кодовой комбинацией 11 10 00)	Метрика пути S_i^* (расстояние Хемминга между путем и искаженной кодовой комбинацией 11 00 00)
1 00 00 00	3	2
2 00 00 11	5	4
3 00 11 10	4	5
4 00 11 01	4	5
5 11 10 11	2	3
6 11 10 00	0	1
7 11 01 01	3	2
8 11 01 10	3	2

2. Декодирование по алгоритму максимального правдоподобия на основе решеточной диаграммы

Кодовая последовательность: 11 10 00
 Исканная кодовая последовательность: 11 00 00



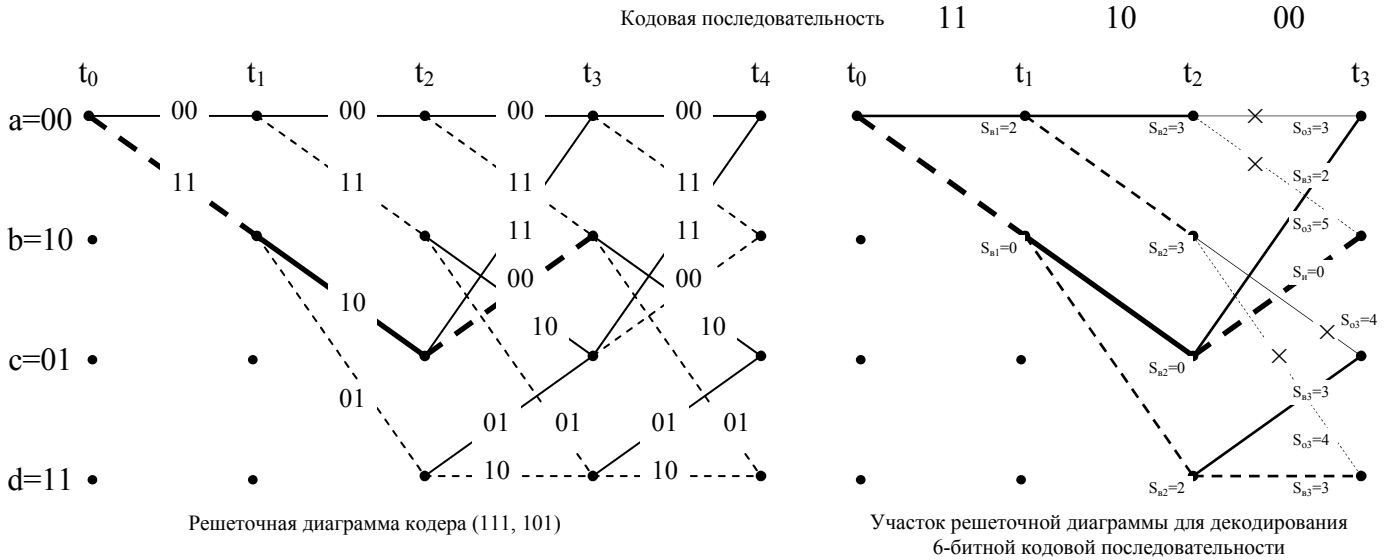
Решеточная диаграмма кодера (111, 101)



Участок решеточной диаграммы для декодирования 6-битной кодовой последовательности

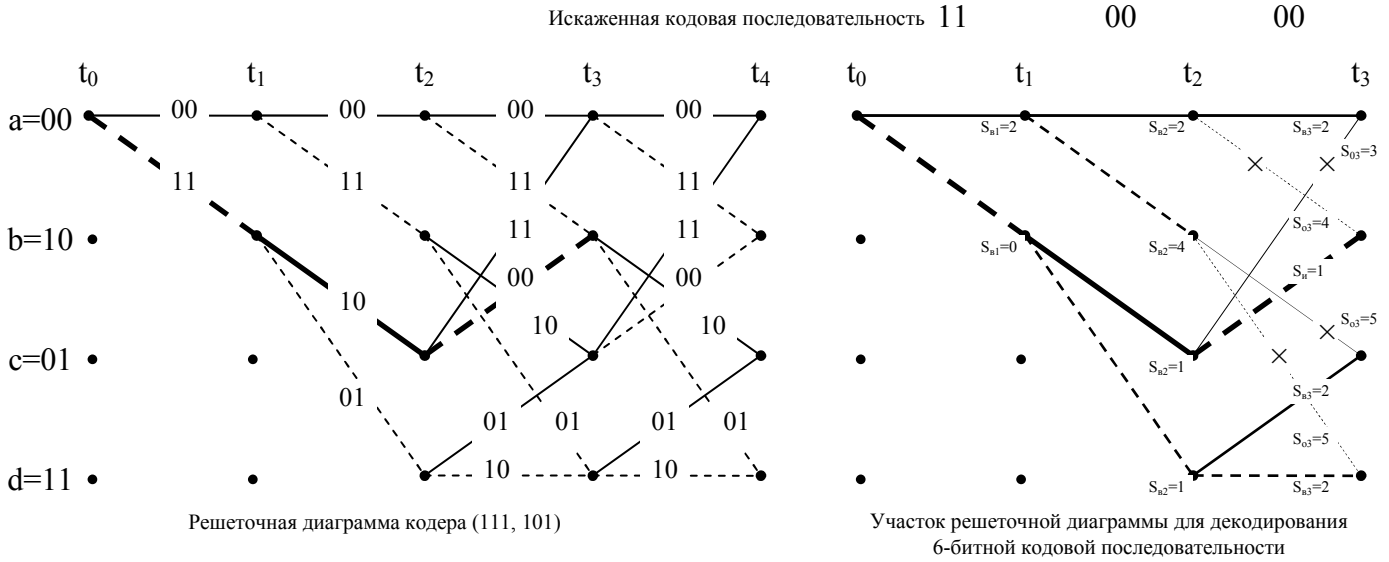
Декодирование сверточных кодов по алгоритму Витерби на примере кодера (2,1,3) ($g_1=111, g_2=101$)

Декодирование по алгоритму Витерби кодовой последовательности, не содержащей ошибок



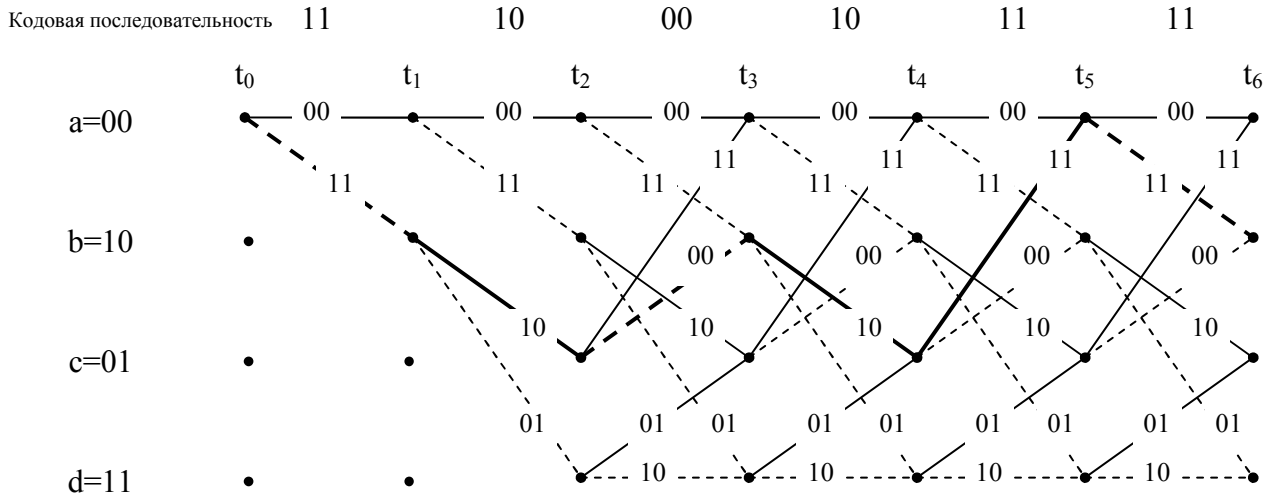
S_{bi} – выжившие пути на i -м такте декодирования ($i=1 \div N$); S_{oi} – отброшенные пути на i -м такте декодирования ($i=3 \div N$);
 S_n – истинный путь. Определяется на последнем такте декодирования (такте N)

Декодирование по алгоритму Витерби искаженной кодовой последовательности с ошибкой первой кратности

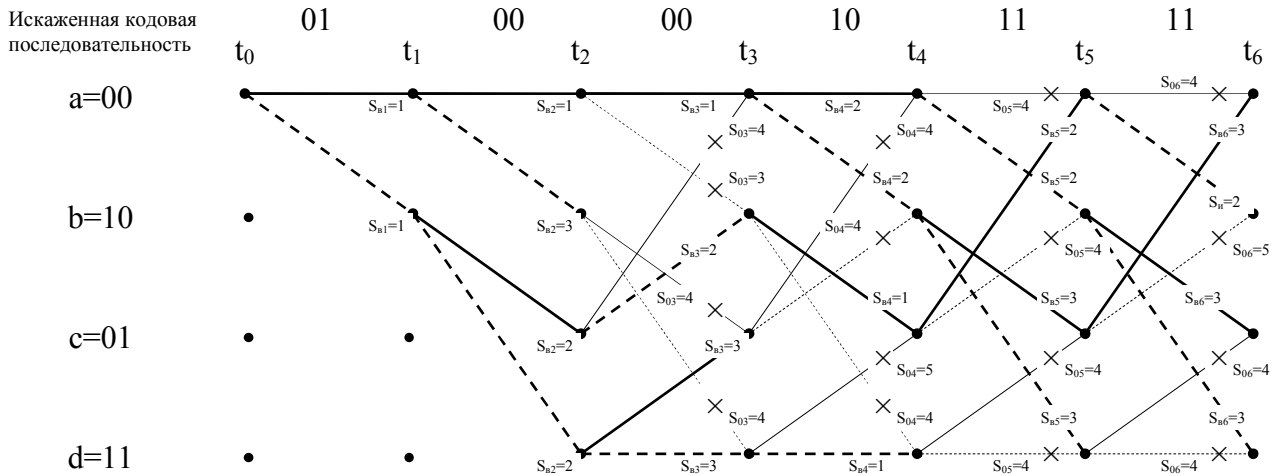


S_{bi} – выжившие пути на i -м такте декодирования ($i=1 \div N$); S_{oi} – отброшенные пути на i -м такте декодирования ($i=3 \div N$);
 S_n – истинный путь. Определяется на последнем такте декодирования (такте N)

Декодирование по алгоритму Витерби искаженной кодовой последовательности с ошибкой второй кратности

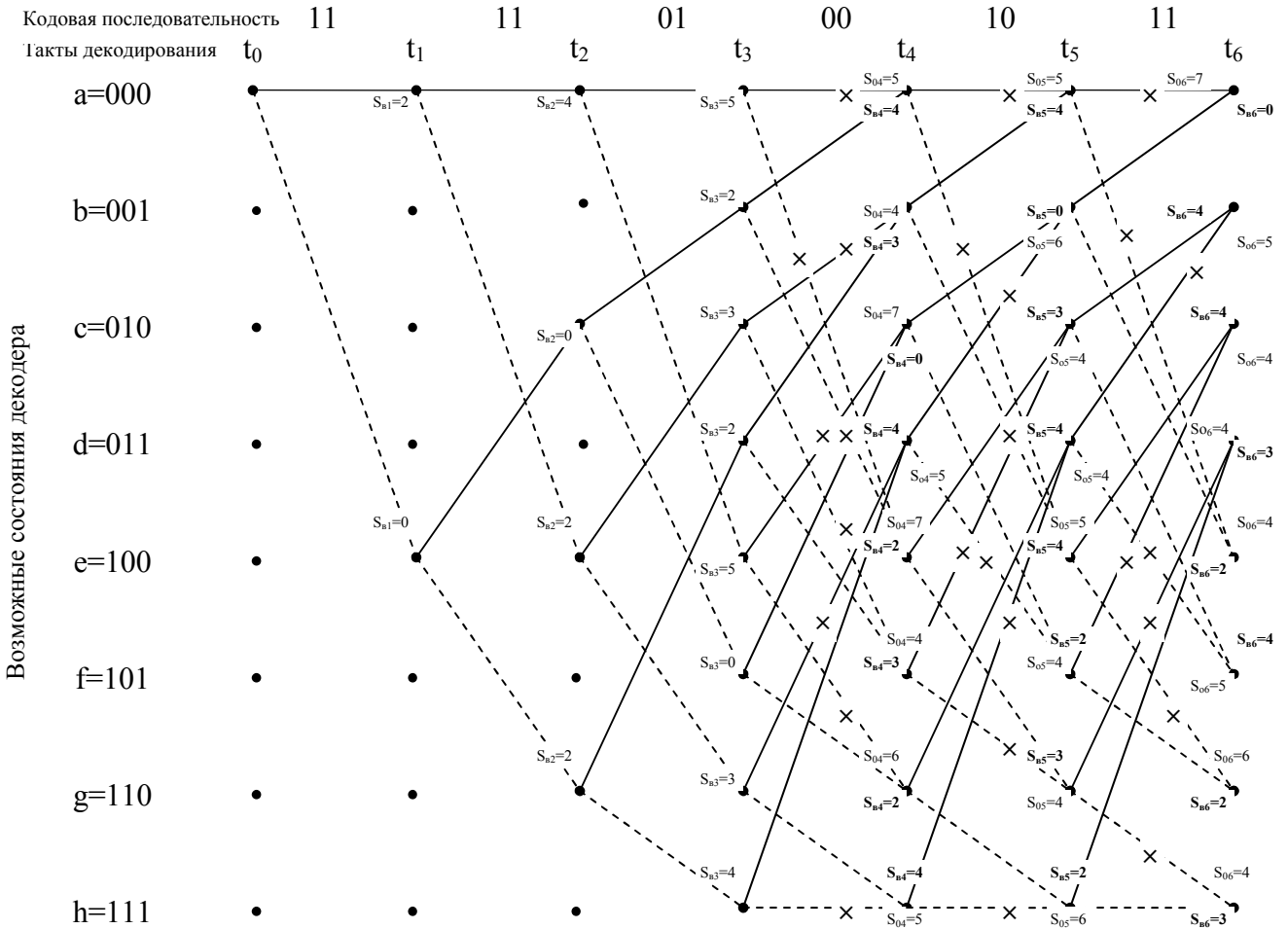
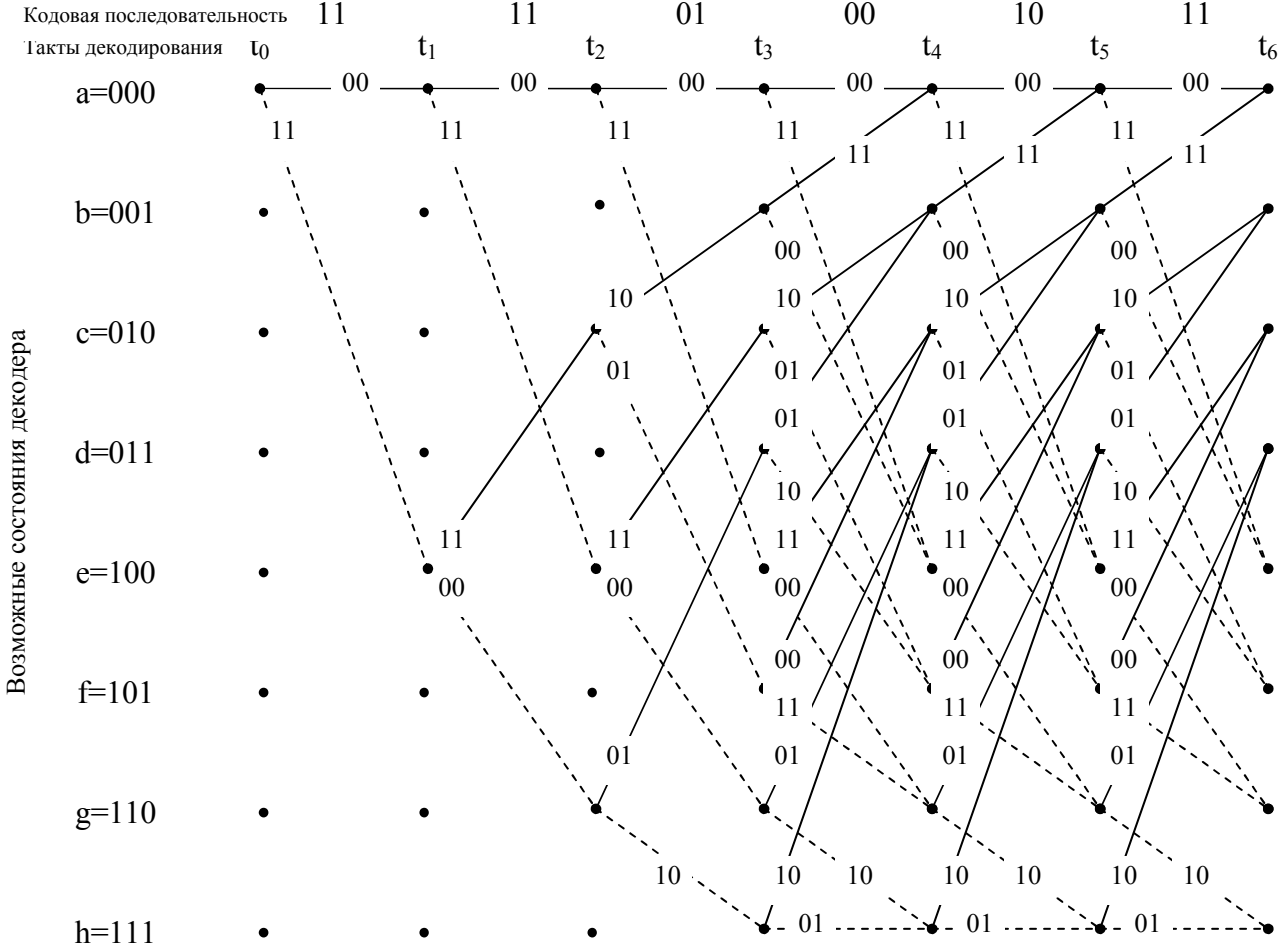


Решеточная диаграмма кодера (111, 101) до такта t_6

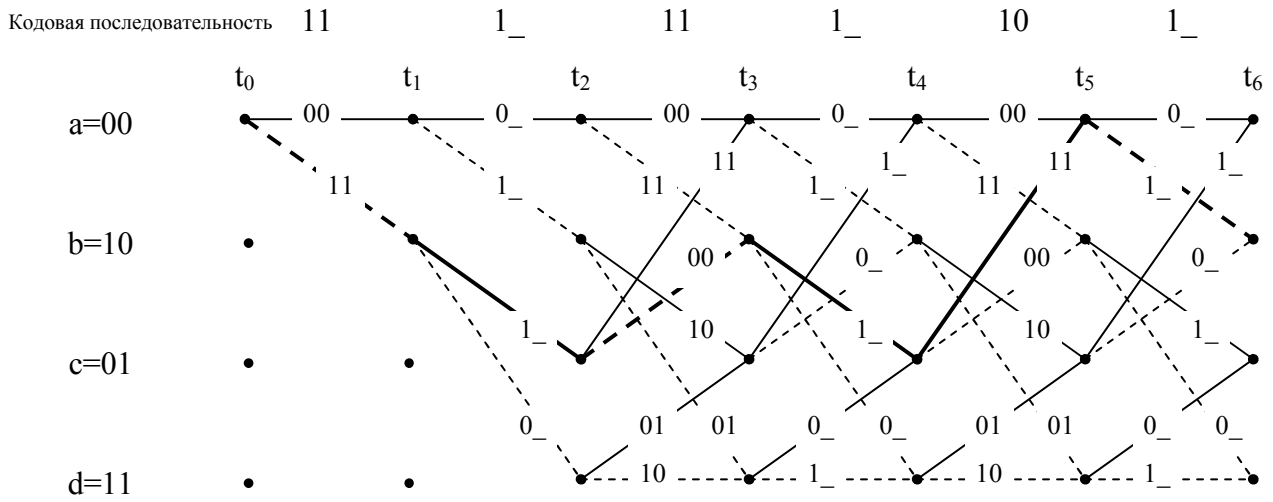


Участок решеточной диаграммы для декодирования 12-битной кодовой последовательности

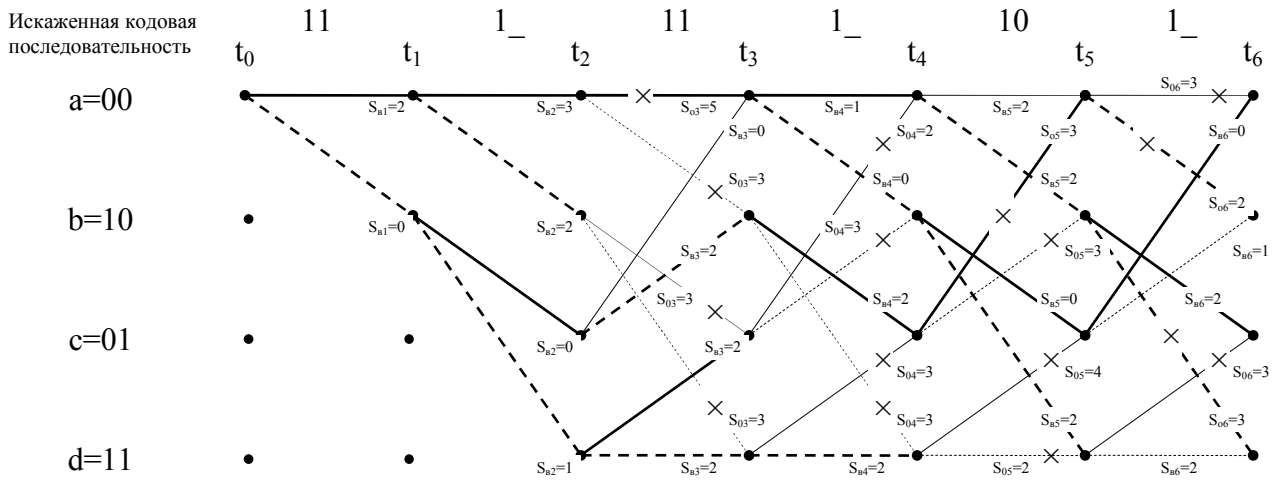
Декодирование сверточных кодов по алгоритму Витерби на примере кодера (2,1,4) ($g_1=1111, g_2=1101$)



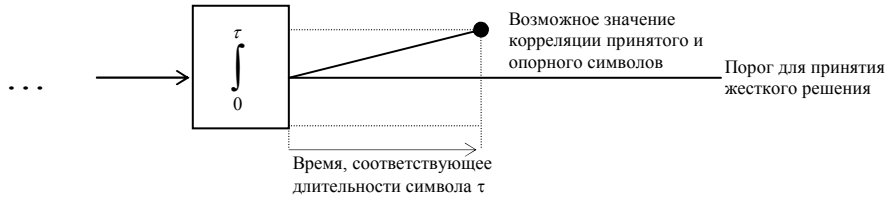
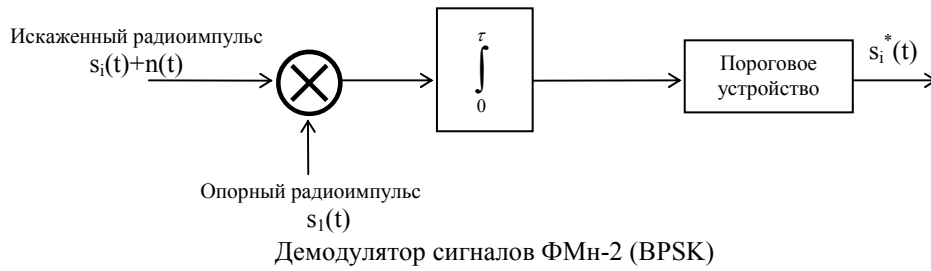
Декодирование перфорированных сверточных кодов по алгоритму Витерби на примере кода (3,2,3) ($g_1=111, g_2=101$)



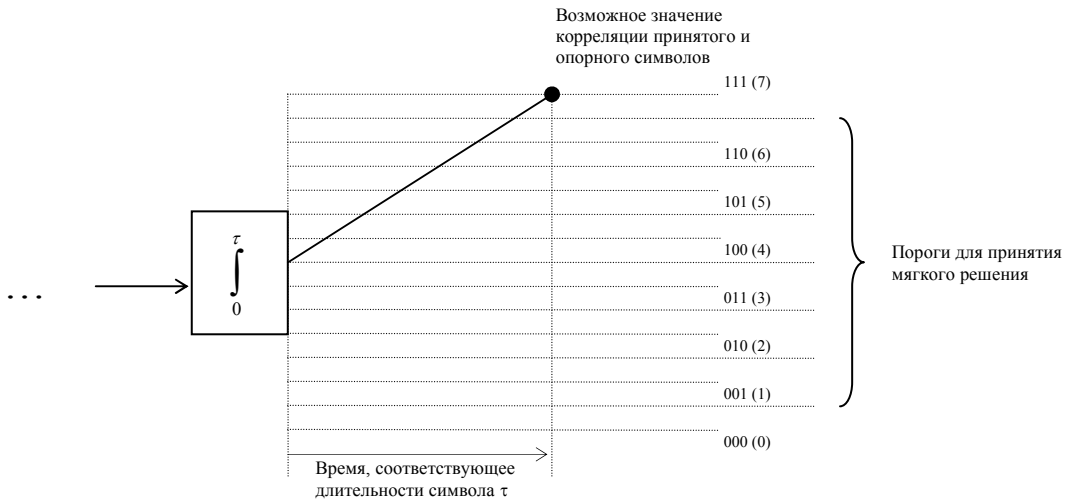
Решеточная диаграмма перфорированного кодера до такта t_6



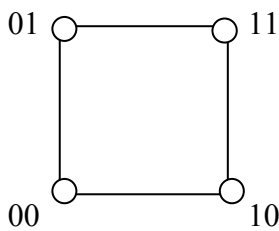
Декодирование сверточных кодов с мягкими решениями



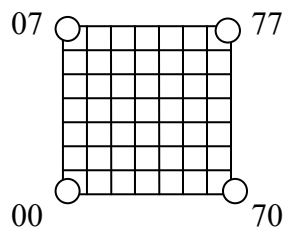
Демодулятор с жесткими решениями



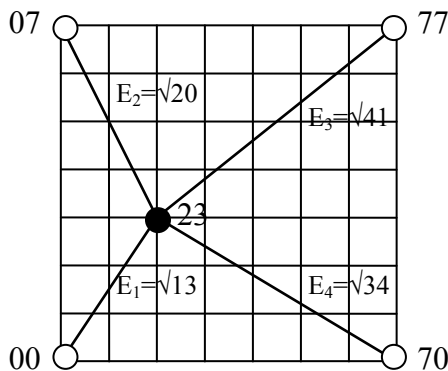
Демодулятор с мягкими решениями



Плоскость жесткой схемы принятия решений для сверточного кода со скоростью 1/2



Плоскость мягкой схемы принятия решений для сверточного кода со скоростью 1/2



Метрики Евклида для принятого кода (2,3) на плоскости мягкой схемы принятия решений

Метрика Евклида для двух точек с координатами (x_1, y_1) и (x_2, y_2) определяется соотношением:

$$E = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Метрика Евклида между принятым сигналом (точка (2,3)) и идеальными опорными сигналами:

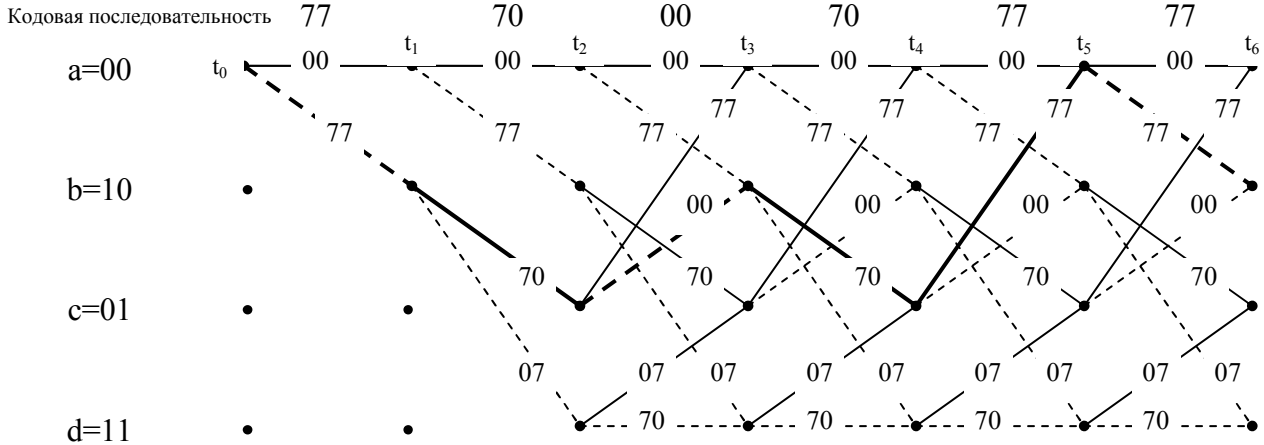
$$E_1 = \sqrt{(2-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$E_2 = \sqrt{(2-0)^2 + (3-7)^2} = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

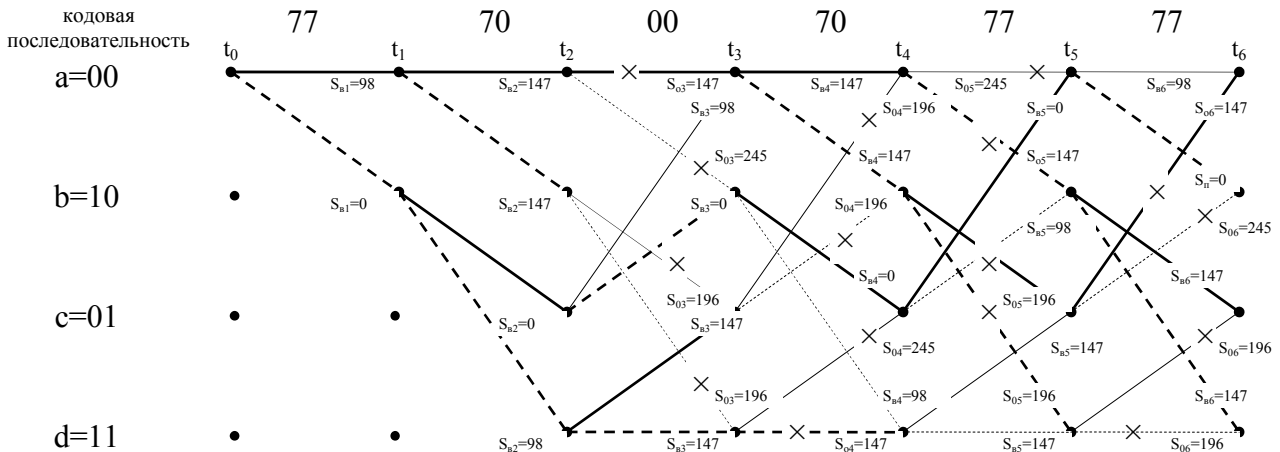
$$E_3 = \sqrt{(2-7)^2 + (3-7)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-4)^2} = \sqrt{25+16} = \sqrt{41}$$

$$E_4 = \sqrt{(2-7)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{(-5)^2 + 3^2} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$$

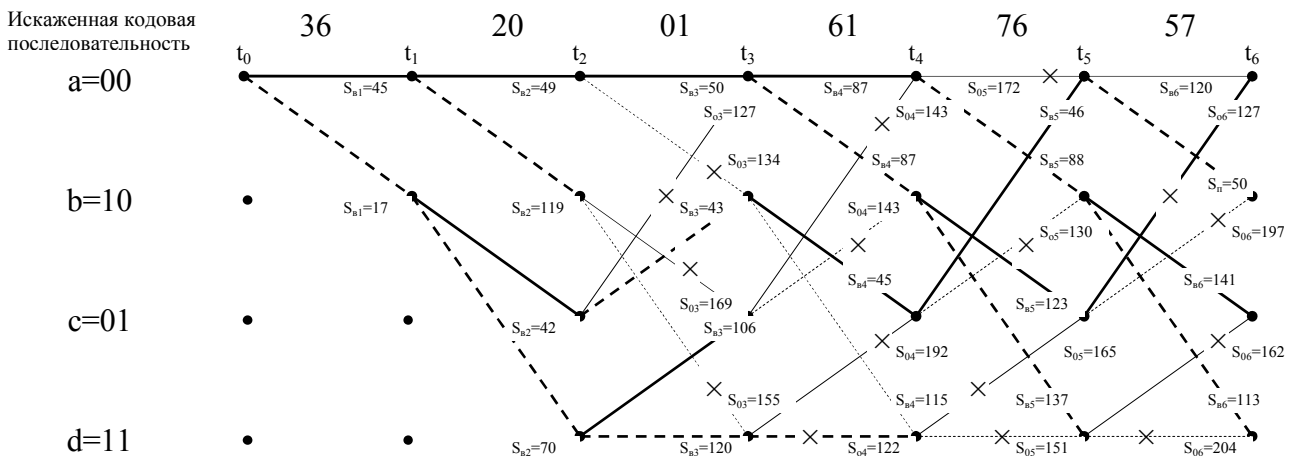
Мягкое декодирование сверточных кодов по алгоритму Витерби



Решетчатая диаграмма кодера (2,1,3) ($g_1=111, g_2=101$) до такта t_6 при декодировании с мягкими решениями



Декодирование по алгоритму Витерби с мягкими решениями и использованием квадрата Евклидовой метрики



Декодирование по алгоритму Витерби с мягкими решениями и использованием квадрата Евклидовой метрики