МОСКОВСКИЙАВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Курсовая работа по предмету:

"РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И СИГНАЛЫ"

на тему:

АНАЛИЗ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Вариант №47
Часть 2

Выполнил:
студент группы 14-302
Константинов К.В.

Проверил:
Ассистент кафедры 405
Шевгунов Т.Я.

Москва, 2008

1. Выберем численное значение периода сигнала. Запишем аналитическое выражение периодического сигнала и построим его график.

Одиночный импульс, из которого состоит периодический сигнал:

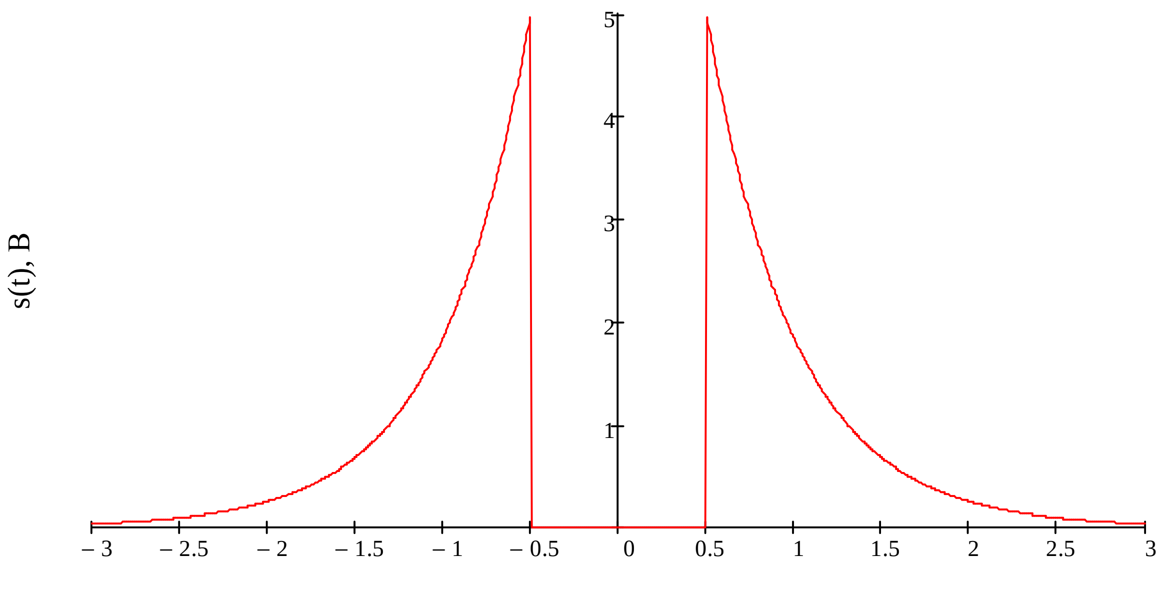
Амплитуда импульса $A := 5$ В

Запаздывание импульса $\Delta := \frac{1}{2}$ мс

Постоянная времени импульса $\alpha := \frac{1}{\Delta}$ КГц

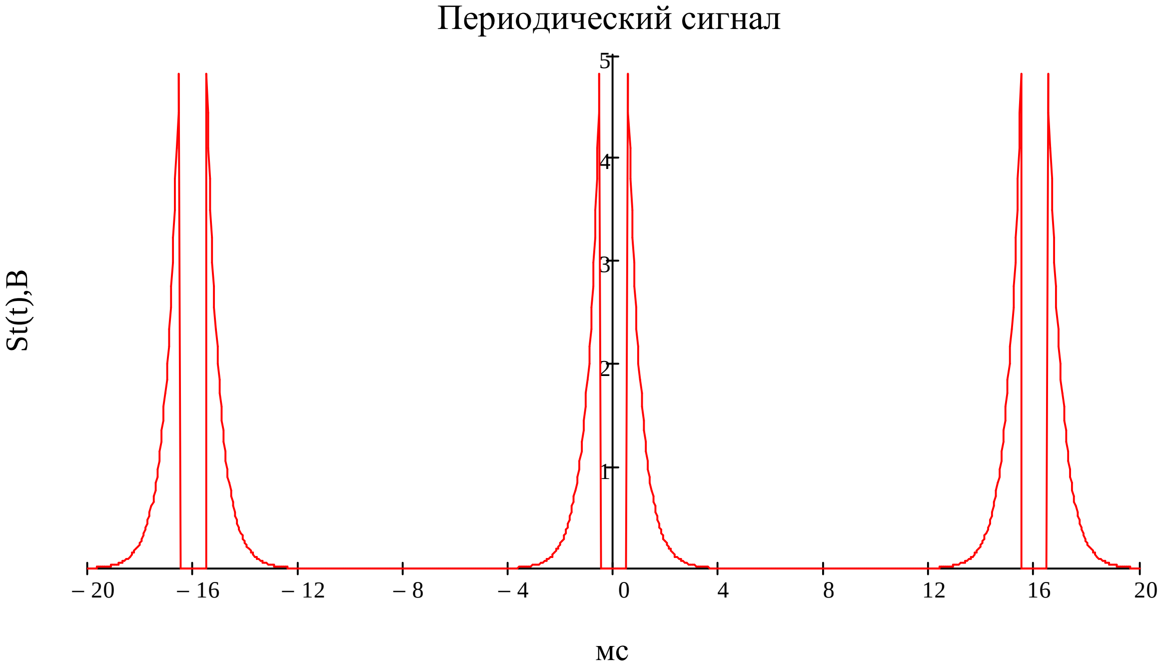
$$s(t) := \begin{cases} A \cdot e^{\alpha \cdot (t+\Delta)} & \text{if } t \le \Delta \\ A \cdot e^{-\alpha \cdot (t-\Delta)} & \text{if } t \ge \Delta \\ 0 & \text{if } |t| < \Delta \end{cases}$$

Одиночный импульс



Пусть период сигнала будет в 4 раза больше, чем физическая длительность одиночного импульса.
Так как одиночный импульс состоит из двух экспонент, отстоящих друг от друга на 2Δ, а физическая длительность экспоненты равна 3Δ, то его длительность равна 8Δ

$T := 4 \cdot (8 \cdot \Delta) = 16$ мс $\qquad s_T(t) := \sum_{m=-10}^{10} s(t - m \cdot T)$



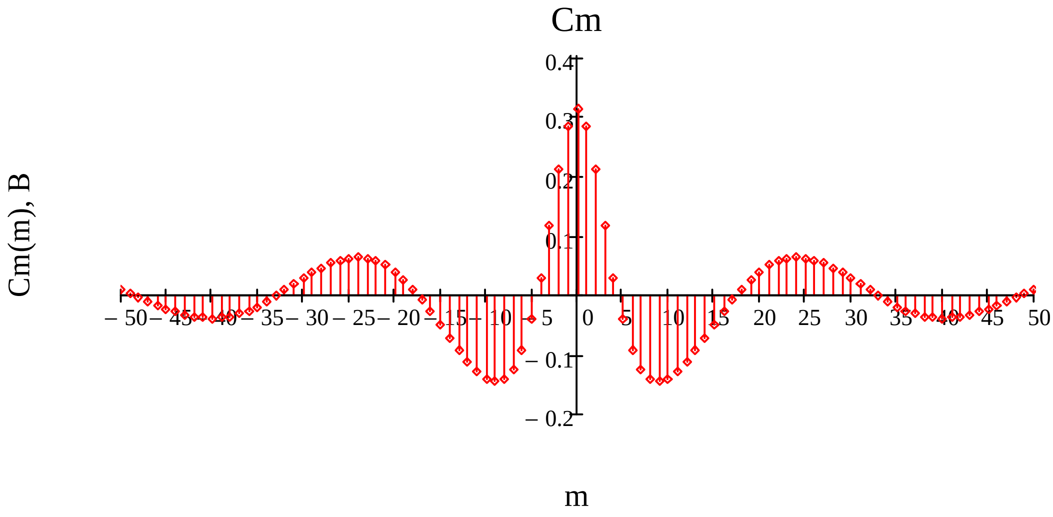
$PL := \frac{1}{T} \cdot \int_0^T s_T(t)\, dt = 0.313$ В

2. Спектр периодического сигнала.

Комплексная форма:

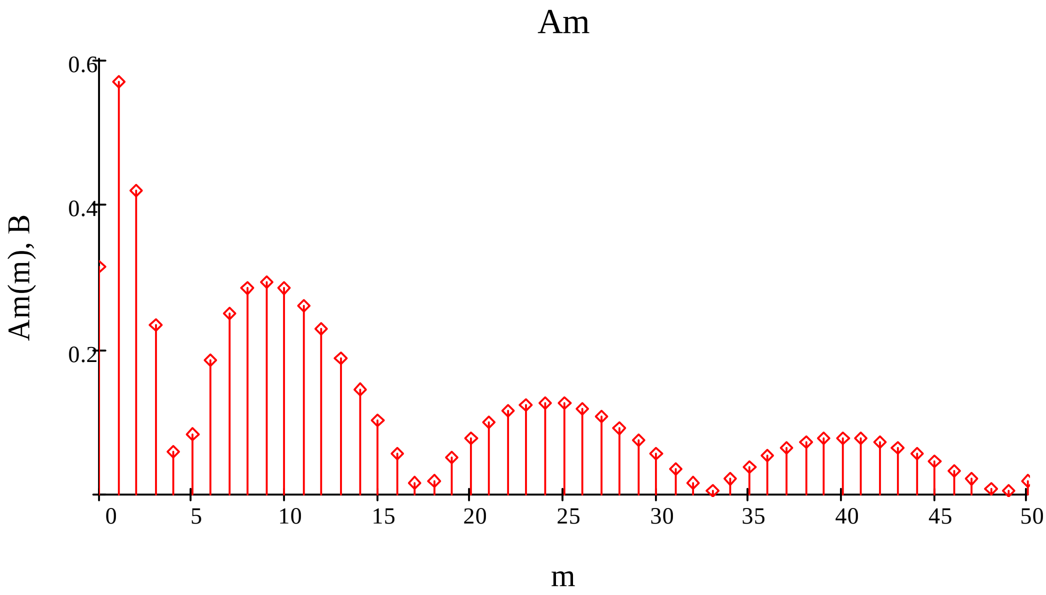
$$C_m(m) := \frac{1}{T}\left[-\frac{A\cdot 4\cdot\pi\cdot\frac{m}{T}\sin\left(2\pi\frac{m}{T}\cdot\Delta\right)}{\alpha^2+\left(2\pi\frac{m}{T}\right)^2} + 2A\cdot\alpha\cdot\frac{\cos\left(2\pi\frac{m}{T}\cdot\Delta\right)}{\alpha^2+\left(2\pi\frac{m}{T}\right)^2}\right]$$

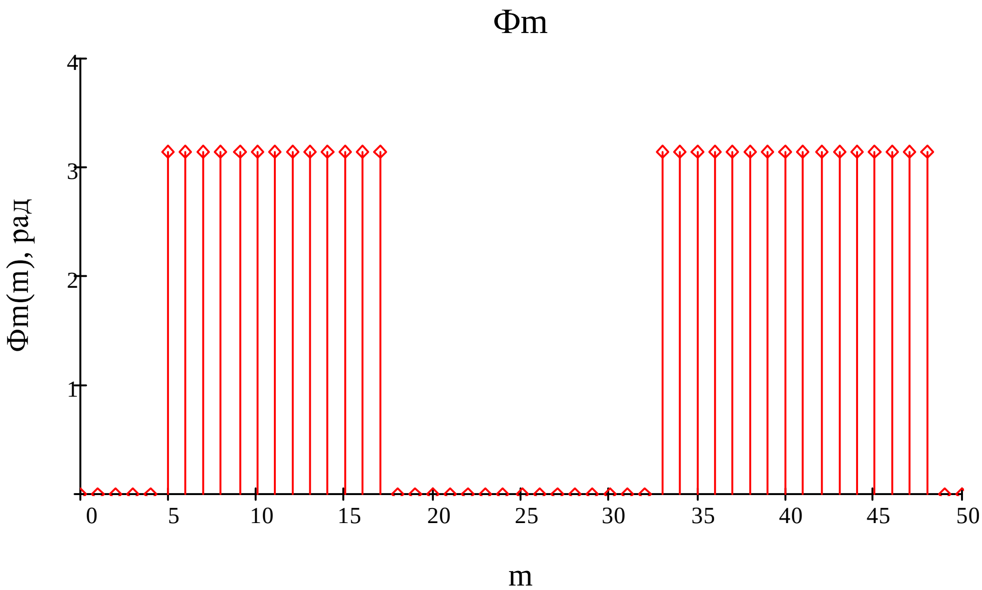
$m := -1000..100($



Амплитудно-фазовая форма:

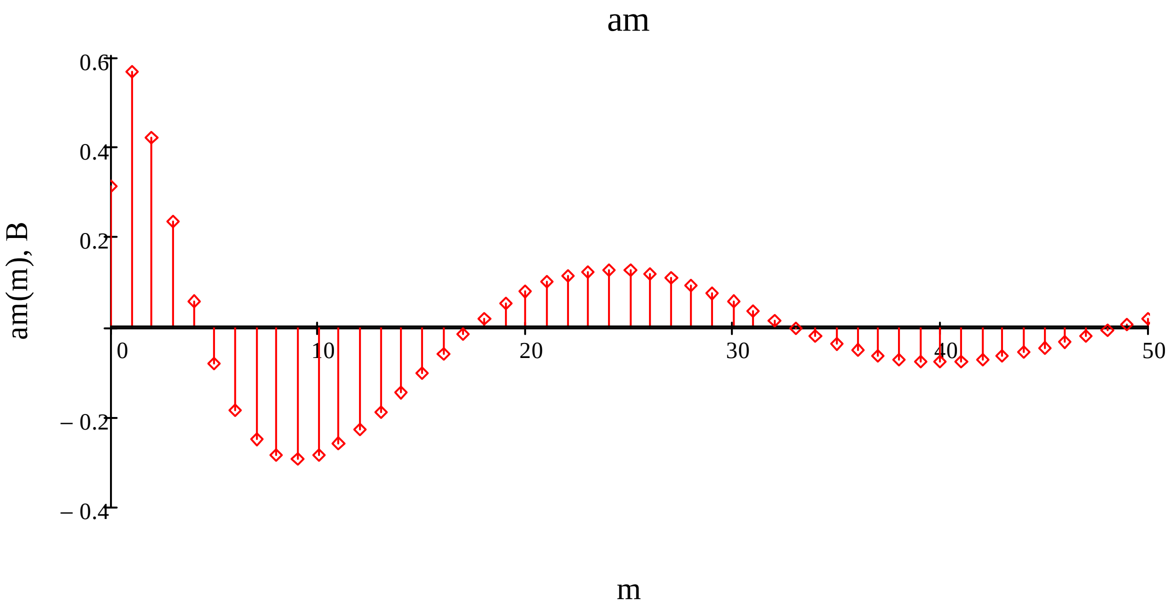
$$A_m(m) := \begin{cases} 2\left|C_m(m)\right| & \text{if } m > 0 \\ 0 & \text{if } m < 0 \\ \left|C_m(m)\right| & \text{otherwise} \end{cases} \qquad \phi_m(m) := \begin{cases} \arg\left(C_m(m)\right) & \text{if } m \ge 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

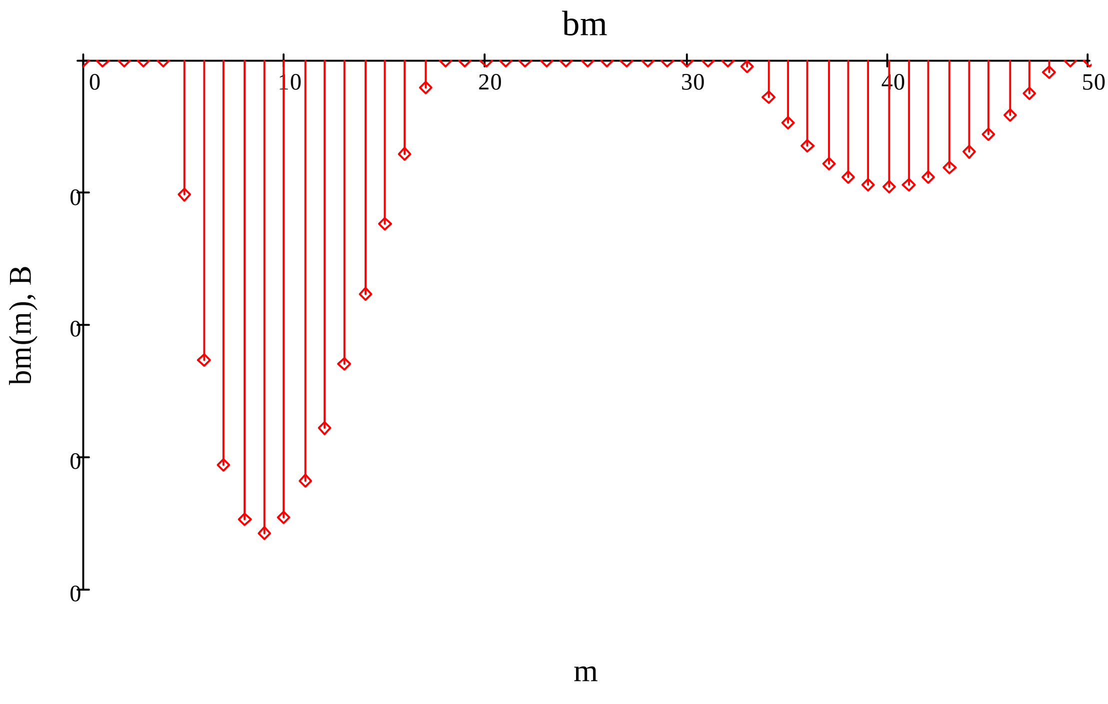




Квадратурная форма:

$$a_m(m) := A_m(m)\cos\left(\phi_m(m)\right) \qquad b_m(m) := -A_m(m)\sin\left(\phi_m(m)\right)$$

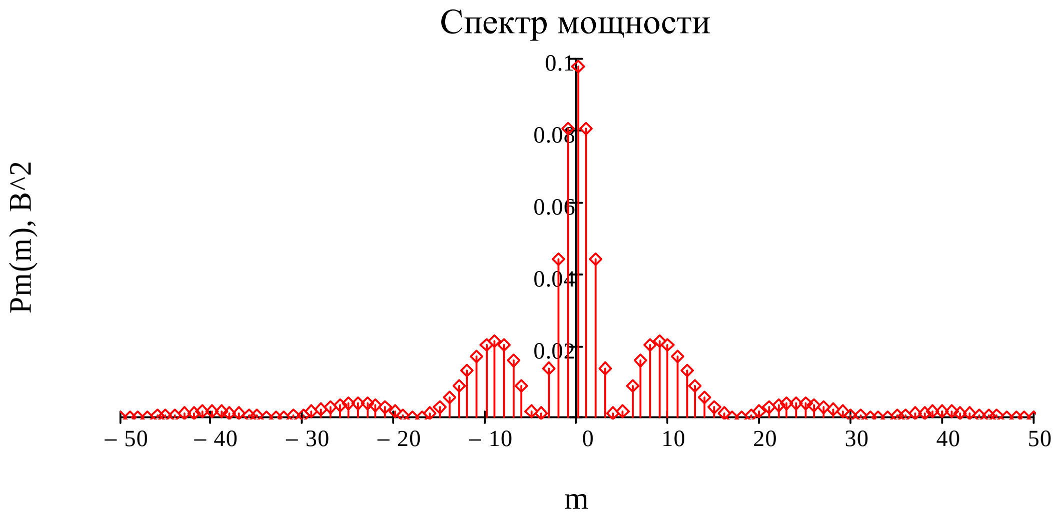




3. Спектр мощности периодического сигнала

$$pm(m) := \left(\left|C_m(m)\right|\right)^2$$

$$p_m(m) := \left[\left|\frac{1}{T}\left[-\frac{A\cdot 4\cdot \pi \cdot \frac{m}{T}\sin\left(2\pi\frac{m}{T}\cdot\Delta\right)}{\alpha^2+\left(2\pi\frac{m}{T}\right)^2} + 2A\cdot\alpha\cdot\frac{\cos\left(2\pi\frac{m}{T}\cdot\Delta\right)}{\alpha^2+\left(2\pi\frac{m}{T}\right)^2}\right]\right|\right]^2$$



4. Средняя мощность периодического сигнала.

Определим среднюю мощность по сигналу:

$$Pcp := \frac{1}{T}\cdot\int_{\frac{-T}{2}}^{\frac{T}{2}}\left(\left|s_T(t)\right|\right)^2 dt = 0.781 \qquad B^2$$

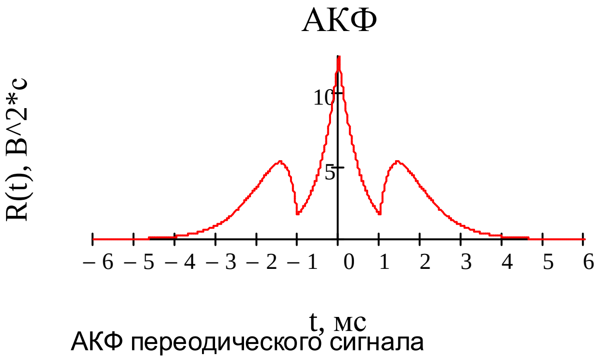
Определим среднюю мощность по спектру мощности:

$$P_{cp} := \sum_{m=-10000}^{10000} p_m(m) = 0.781 \qquad B^2$$

5. АКФ периодического сигнала

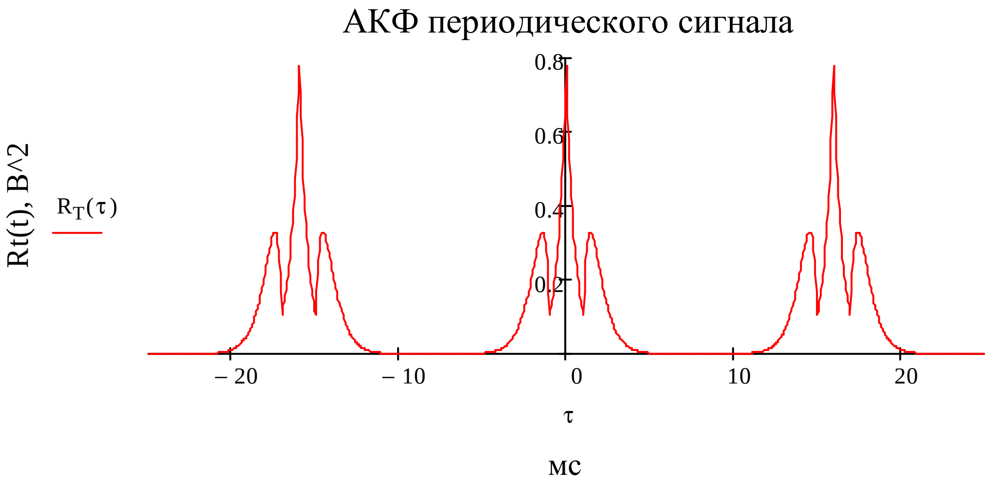
АКФ одиночного импульса

$$R(\tau) := \begin{cases} \dfrac{A^2}{\alpha} \cdot e^{-\alpha \cdot |\tau|} & \text{if } 0 \le |\tau| \le 2\Delta \\ \dfrac{A^2 e^{-\alpha \cdot |\tau|}}{\alpha} + A^2 e^{-\alpha \cdot (|\tau| - 2\Delta)} \cdot (|\tau| - 2\Delta) & \text{if } |\tau| > 2\Delta \end{cases}$$



АКФ переодического сигнала

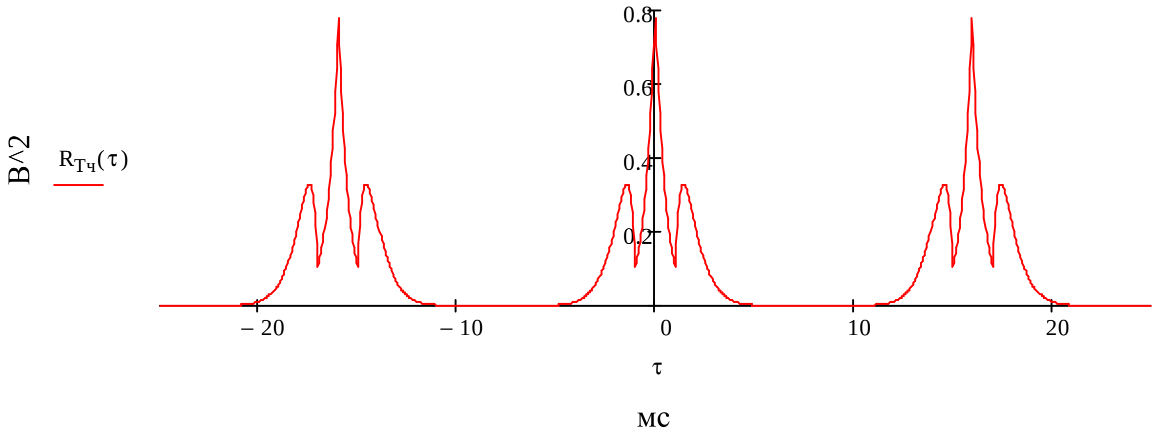
$$R_T(\tau) := \frac{1}{T} \cdot \sum_{n=-1000}^{1000} R(\tau - n \cdot T)$$



$R_T(0) = 0.781$ $\quad B^2$

$$R_{Tч}(\tau) := \frac{1}{T} \cdot \int_0^T s_T(t) \cdot s_T(t - \tau)\, dt$$

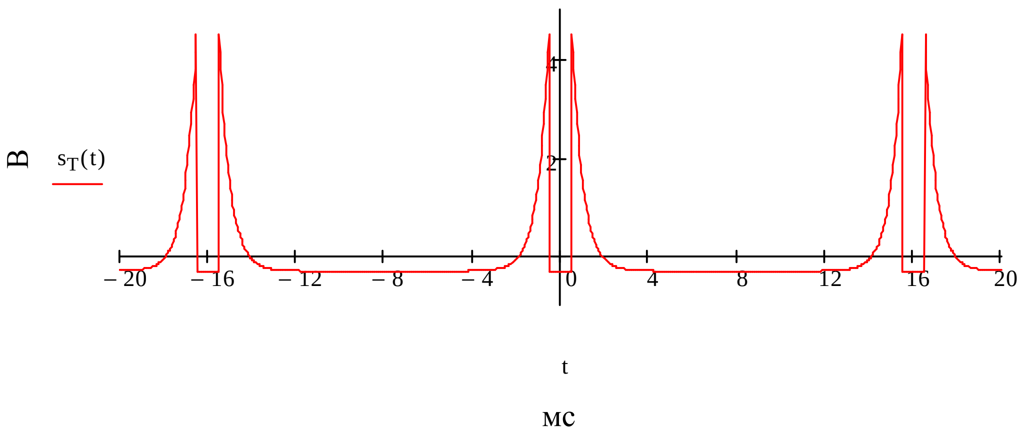
АКФ периодического сигнала, построенная численно



6. Исключение постоянной составляющей.

$s_T(t) := s_T(t) - C_m(0)$

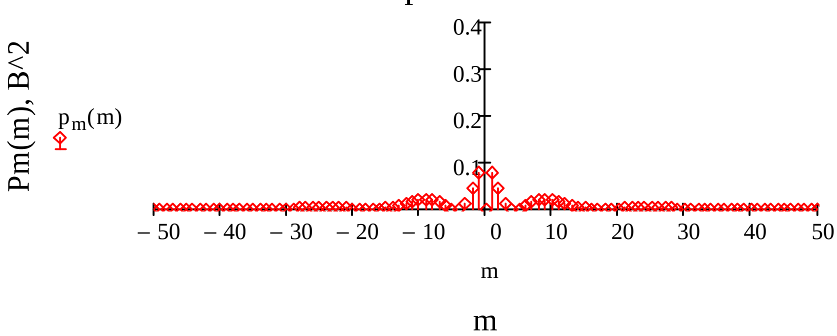
Периодический сигнал без ПС



$$C_m(m) := \begin{cases} C_m(m) & \text{if } m \neq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$p_m(m) := \left(\left|C_m(m)\right|\right)^2$$

pm без ПС

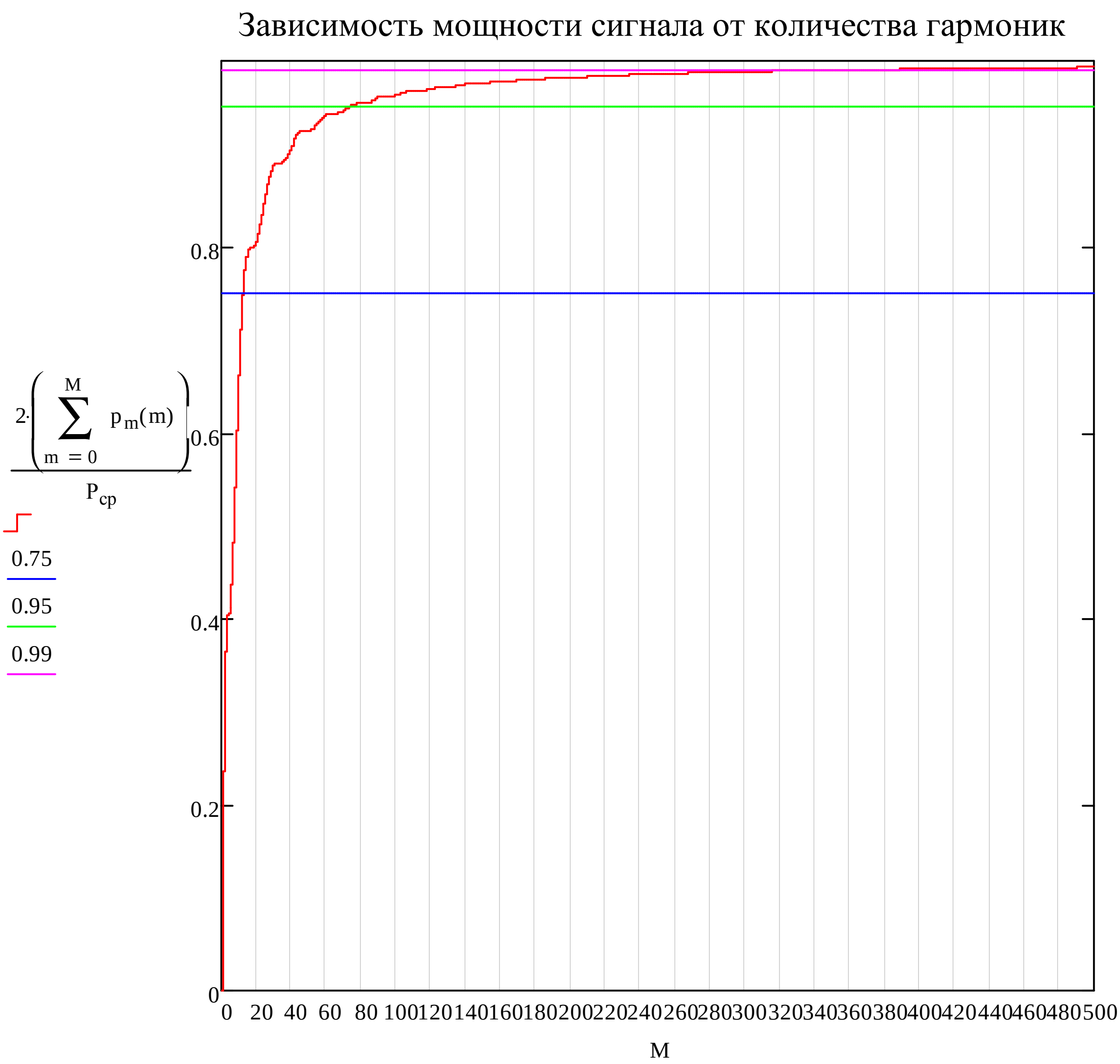


$$P_{cp} := \frac{1}{T} \cdot \int_{\frac{-T}{2}}^{\frac{T}{2}} \left(\left|s_T(t)\right|\right)^2 dt = 0.684 \qquad B^2$$

$$P_{cp} := \sum_{m=-10000}^{10000} p_m(m) = 0.683 \qquad B^2$$

7. Определим количество гармоник, которые составляют не менее 75, 95 и 99% мощности сигнала.

$M := 0..500$



$M75 := 14 \quad M95 := 76 \quad M99 := 354$

8. Восстановим периодические сигналы по гармоникам, определенным в предыдущем пункте.

$$s(t) := \begin{cases} A \cdot e^{\alpha\cdot(t+\Delta)} & \text{if } t \le \Delta \\ A \cdot e^{-\alpha\cdot(t-\Delta)} & \text{if } t \ge \Delta \\ 0 & \text{if } |t| < \Delta \end{cases}$$

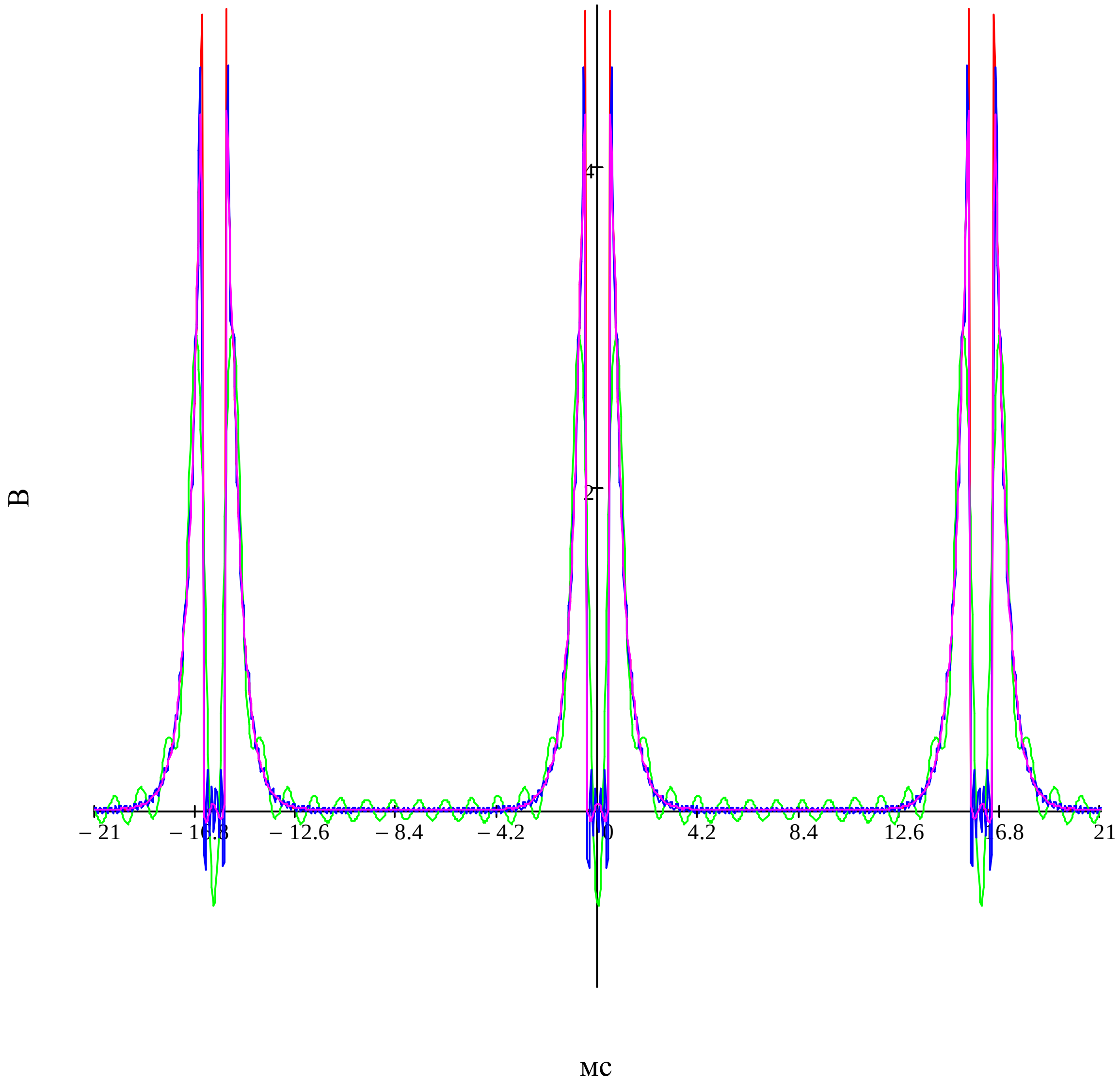
$$s_T(t) := \sum_{m=-10}^{10} s(t - m \cdot T)$$

$$C_m(m) := \frac{1}{T}\left[-\frac{A \cdot 4 \cdot \pi \cdot \frac{m}{T} \sin\left(2\pi \frac{m}{T} \cdot \Delta\right)}{\alpha^2 + \left(2\pi \frac{m}{T}\right)^2} + 2A \cdot \alpha \cdot \frac{\cos\left(2\pi \frac{m}{T} \cdot \Delta\right)}{\alpha^2 + \left(2\pi \frac{m}{T}\right)^2}\right]$$

$$s_{T75}(t) := \sum_{m=-M75}^{M75} \left(C_m(m) \cdot e^{i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{m}{T}\cdot t}\right) \qquad s_{T95}(t) := \sum_{m=-M95}^{M95} \left(C_m(m) \cdot e^{i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{m}{T}\cdot t}\right)$$

$$s_{T99}(t) := \sum_{m=-M99}^{M99} \left(C_m(m) \cdot e^{i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{m}{T}\cdot t}\right)$$

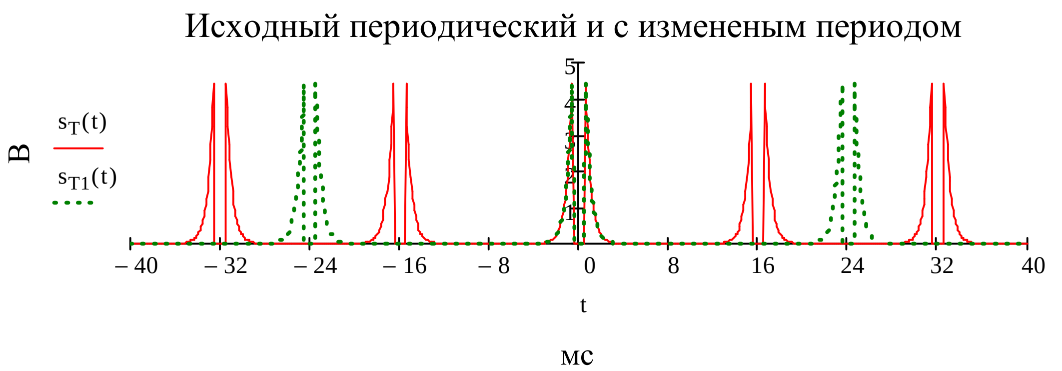
Исходный сигнал, и восстановленые из части гармоник



9. Увеличим период сигнала до 24 мс.

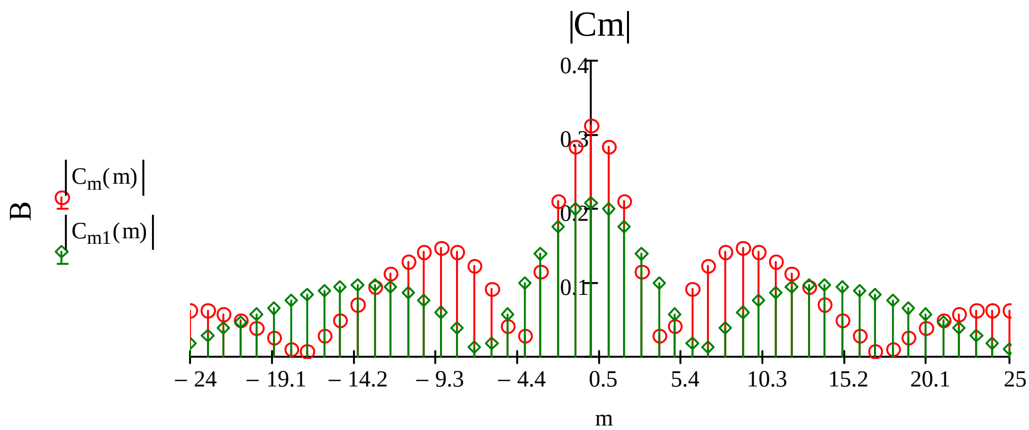
$T := 24$ мс

$$s_{T1}(t) := \sum_{m=-30}^{30} s(t - m \cdot T)$$



$$C_{m1}(m) := \frac{1}{T}\left[-\frac{A \cdot 4 \cdot \pi \cdot \frac{m}{T} \sin\left(2\pi \frac{m}{T} \cdot \Delta\right)}{\alpha^2 + \left(2\pi \frac{m}{T}\right)^2} + 2A \cdot \alpha \cdot \frac{\cos\left(2\pi \frac{m}{T} \cdot \Delta\right)}{\alpha^2 + \left(2\pi \frac{m}{T}\right)^2}\right]$$

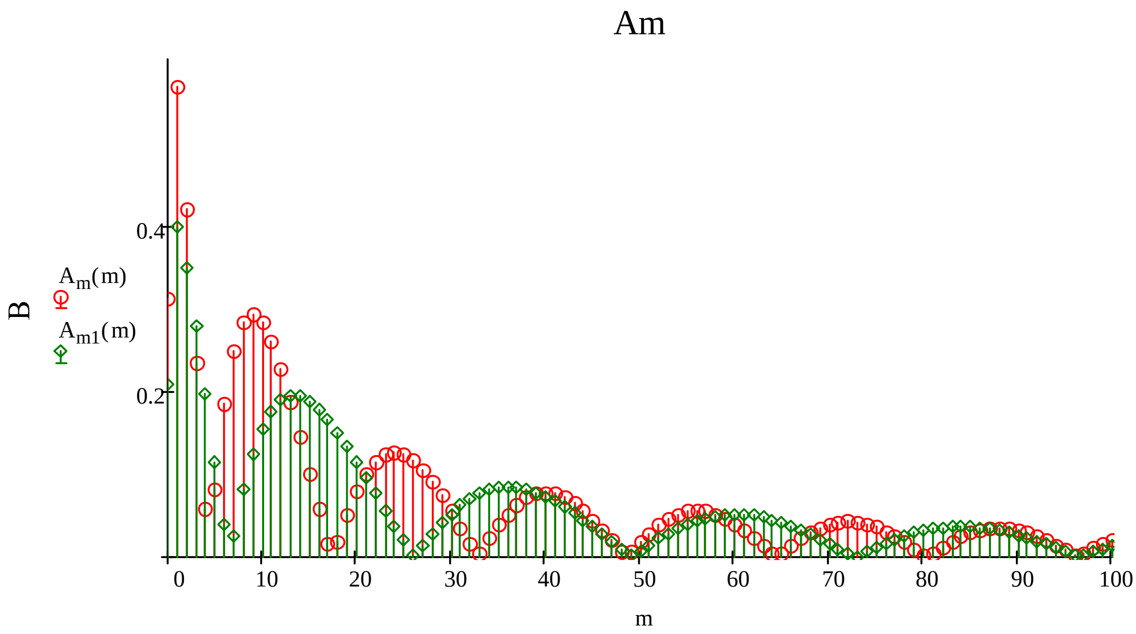
$m := -1000..1000$

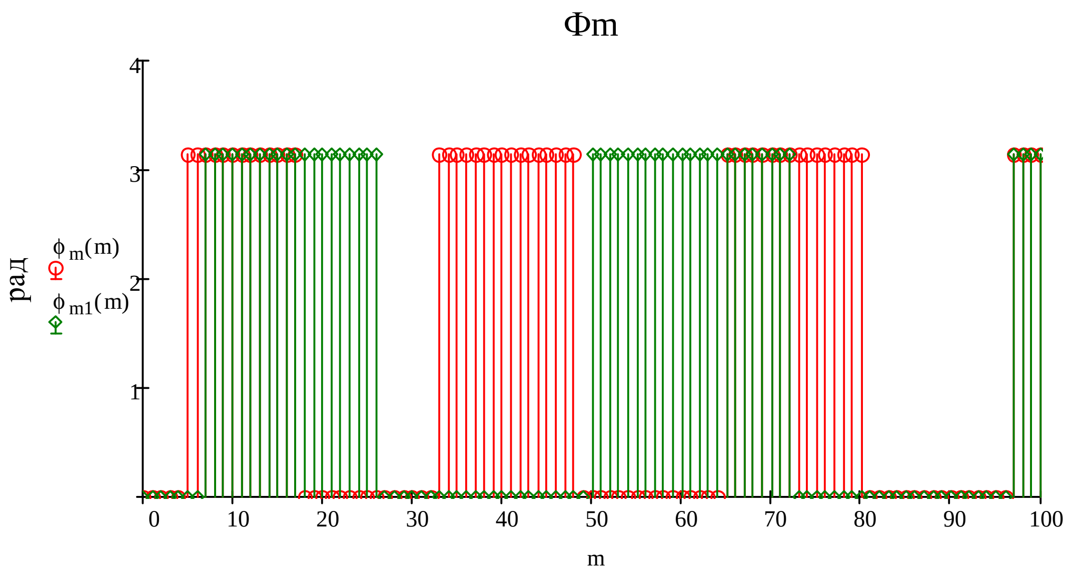


Амплитудно-фазовая форма:

$$A_{m1}(m) := \begin{cases} 2\left|C_{m1}(m)\right| & \text{if } m > 0 \\ 0 & \text{if } m < 0 \\ \left|C_{m1}(m)\right| & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\phi_{m1}(m) := \begin{cases} \arg\left(C_{m1}(m)\right) & \text{if } m \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

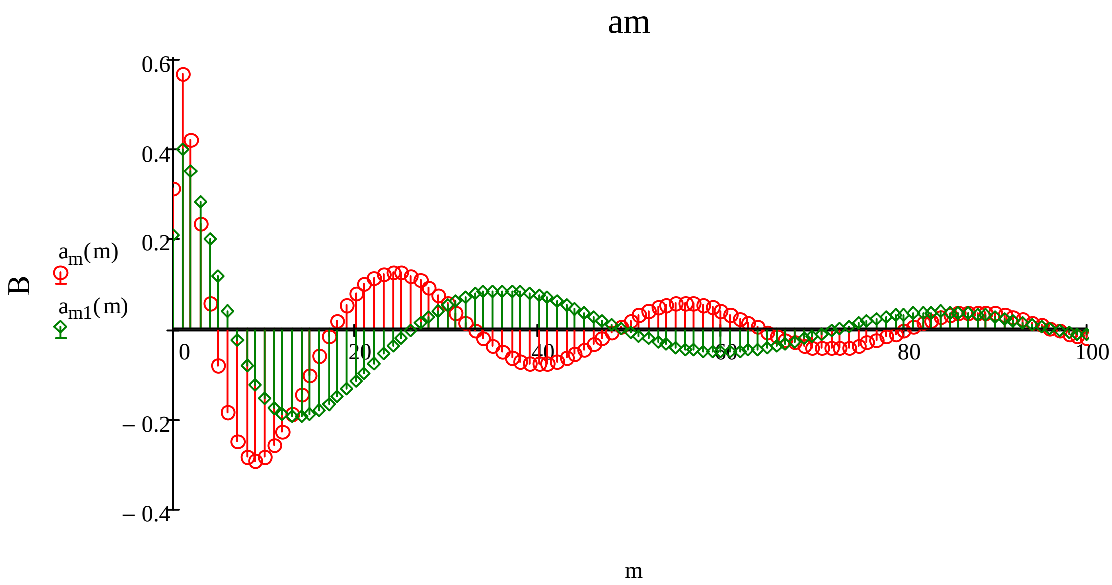


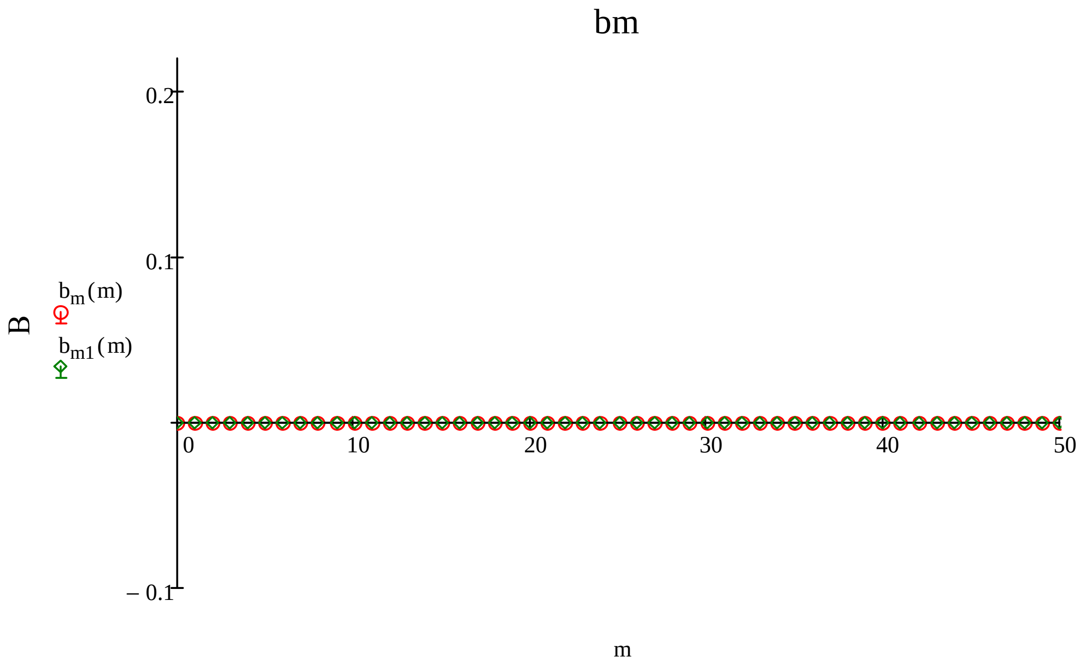


Квадратурная форма:

$$a_{m1}(m) := A_{m1}(m)\cos\left(\phi_{m1}(m)\right)$$

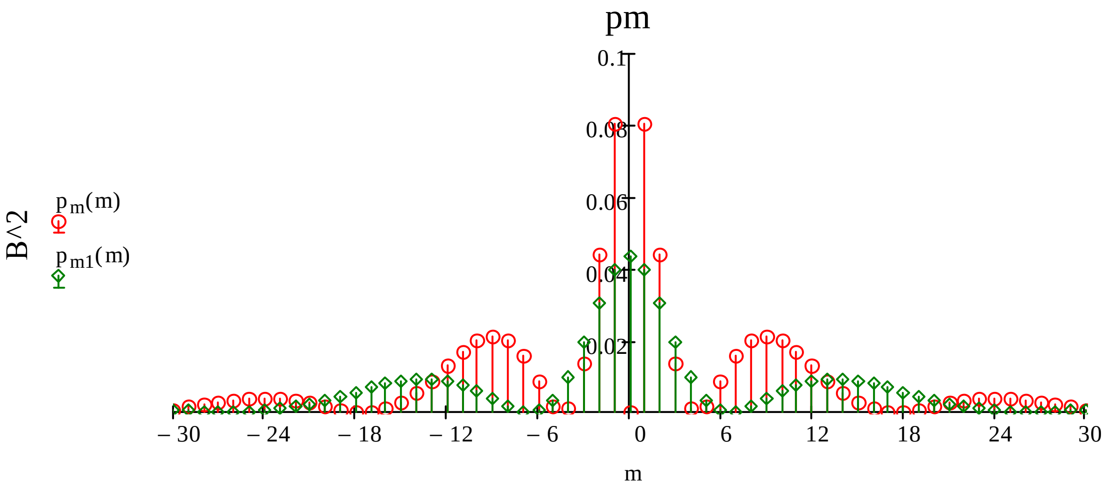
$$b_{m1}(m) := -A_{m1}(m)\sin\left(\phi_{m1}(m)\right)$$



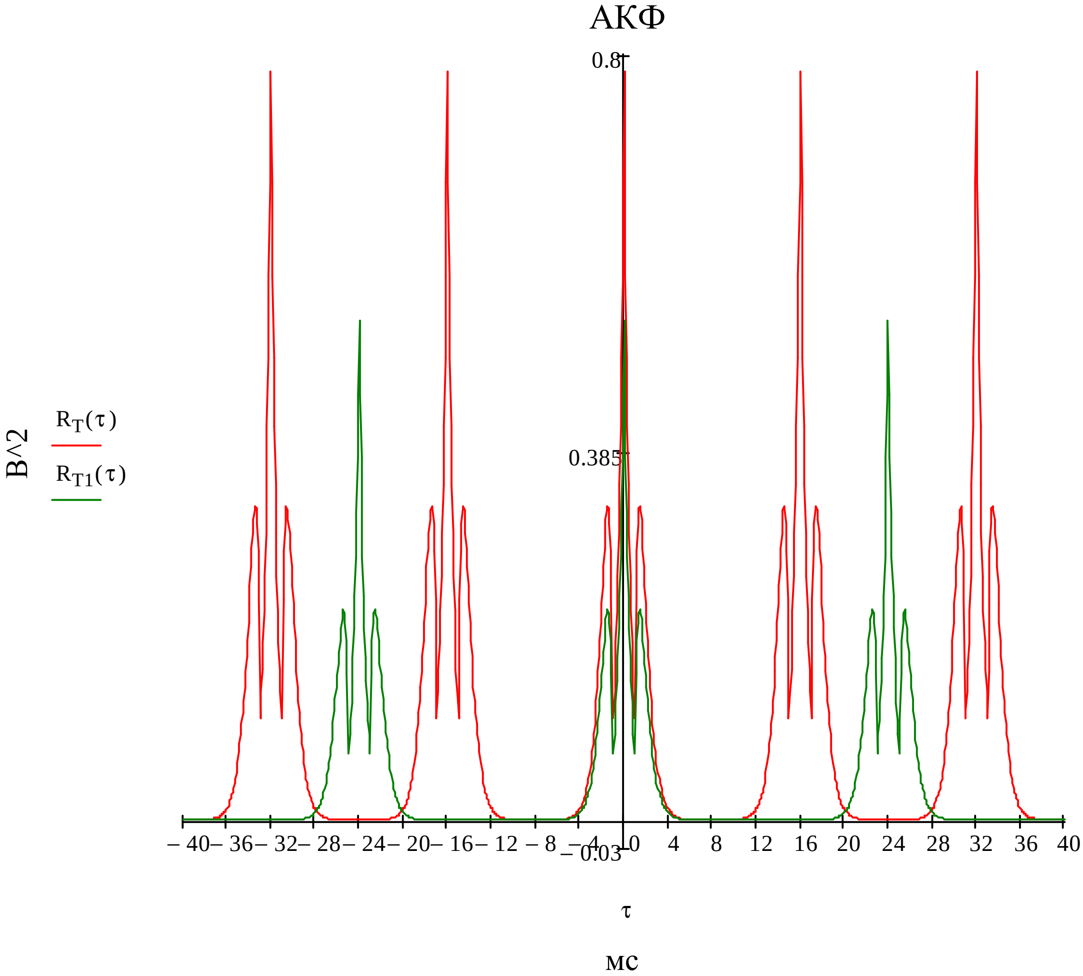


$$p_{m1}(m) := \left(\left|C_{m1}(m)\right|\right)^2$$

$$p_{m1}(m) := \left[\left|\frac{1}{T}\left[-\frac{A\cdot 4\cdot\pi\cdot\frac{m}{T}\sin\left(2\pi\frac{m}{T}\cdot\Delta\right)}{\alpha^2+\left(2\pi\frac{m}{T}\right)^2} + 2A\cdot\alpha\cdot\frac{\cos\left(2\pi\frac{m}{T}\cdot\Delta\right)}{\alpha^2+\left(2\pi\frac{m}{T}\right)^2}\right]\right|\right]^2$$



$$R_{T1}(\tau) := \frac{1}{T} \cdot \sum_{n=-10}^{10} R(\tau - n \cdot T)$$



$$P_{cp1} := \frac{1}{T} \cdot \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \left(\left|s_{T1}(t)\right|\right)^2 dt = 0.521 \quad B^2 \qquad P_{cp1} := \sum_{m=-300}^{300} p_{m1}(m) = 0.512 \quad B^2$$

$$P_{cp1} := R_{T1}(0) = 0.521 \quad B^2$$

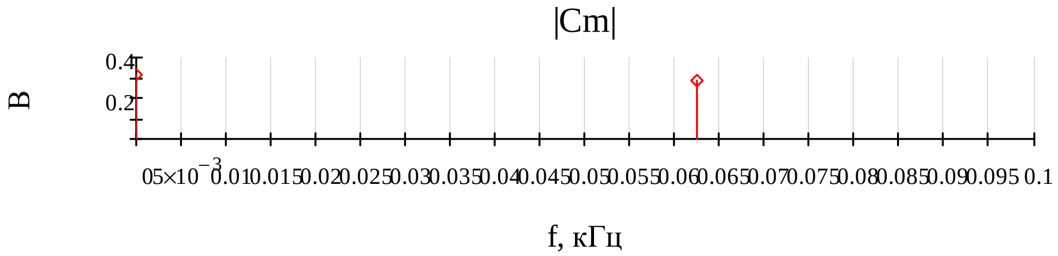
10. Выводы.

1. Значение средней мощности, рассчитанное по сигналу, равна значению, рассчитанному по спектру мощности и составляет $781*10^{-3}$ В^2. Это следует из теоремы Парсеваля. Так же значение АКФ в нуле равно $781*10^{-3}$ В^2.Так как АКФ связана со спектром мощности ПС и для двух этих функций работает свойство площади, то есть площадь под спектром мощности (что и является средней мощностью сигнала) равно значению АКФ в нуле. Период АКФ равен периоду сигнала.

2. Площадь периодического сигнала равна значению спектра в нуле: $PL = 0.313$ В
Значение спектра в нуле (постоянная составляющая ПС): $C_m(0) = 0.313$ В

3. Также как и у одиночного импульса, спектр периодического сигнала имеет только действительную часть, но принимает дискретные значения. Каждая δ-функция находится в точке m/T. Если посмотреть награфик |Cm|, расположенный ниже, можно увидеть, что это расстояние примерно равно 62,5 Гц. следовательно, мы получаем: 1/62,5 кГц=16 мс - период заданного периодического сигнала.

$T := 16$ мс



При анализе изменений характеристик сигнала, вследствие увеличения периода сигнала до 24 мс, можно сделать следующие выводы:

1. Расстояние между δ-функциями спектра сигнала уменьшилось с 1/16=62,5 кГц до 1/24=41.6 кГц. То есть при увеличении периода сигнала, частота колебания гармоник уменьшается , и наоборот.

2. Спектр и спректр мощности сигнала "колеблются" с меньшей частотой (примерно в 2 раза), а вблизи нуля амплитуда уменьшилась примерно в 1.5 и 2.25 раза соответственно.
Средняя мощность сигнала уменьшилась до 0.521 В^2

3. Значение АКФ в нуле увеличилось до 0,521 В^2, что соответствует изменению средней мощности сигнала.