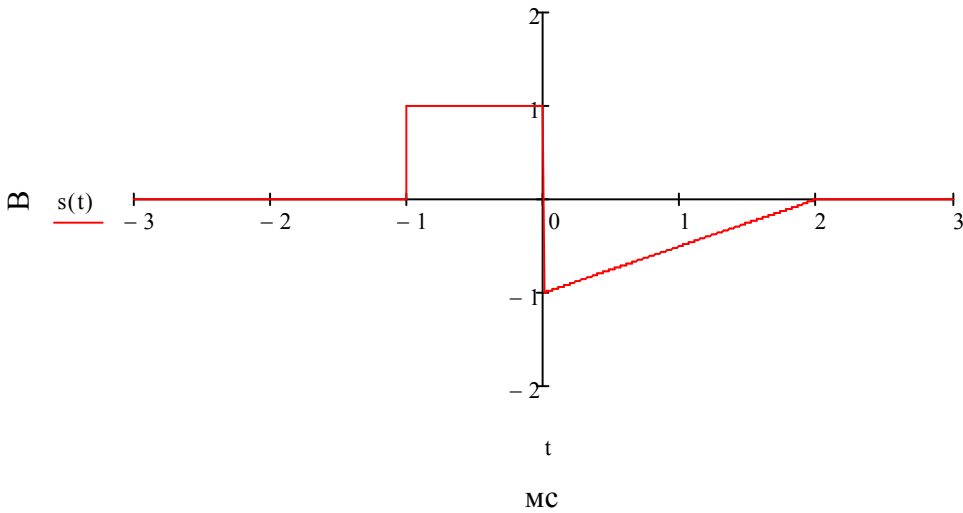


**Кряжин Д.И., группа 14-302, вариант №32, часть 1**

$A := 1 \text{ В}$        $\Delta := 1 \text{ мс}$

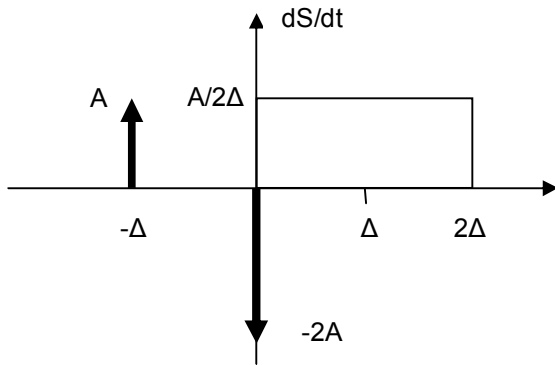
$j := i$

$$s(t) := \begin{cases} A & \text{if } -\Delta \leq t \leq 0 \\ \left(\frac{A}{2\Delta} \cdot t - A\right) & \text{if } 0 \leq t \leq 2\Delta \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



Спектральная плотность сигнала

Производная сигнала по времени:



Спектральная плотность производной сигнала:

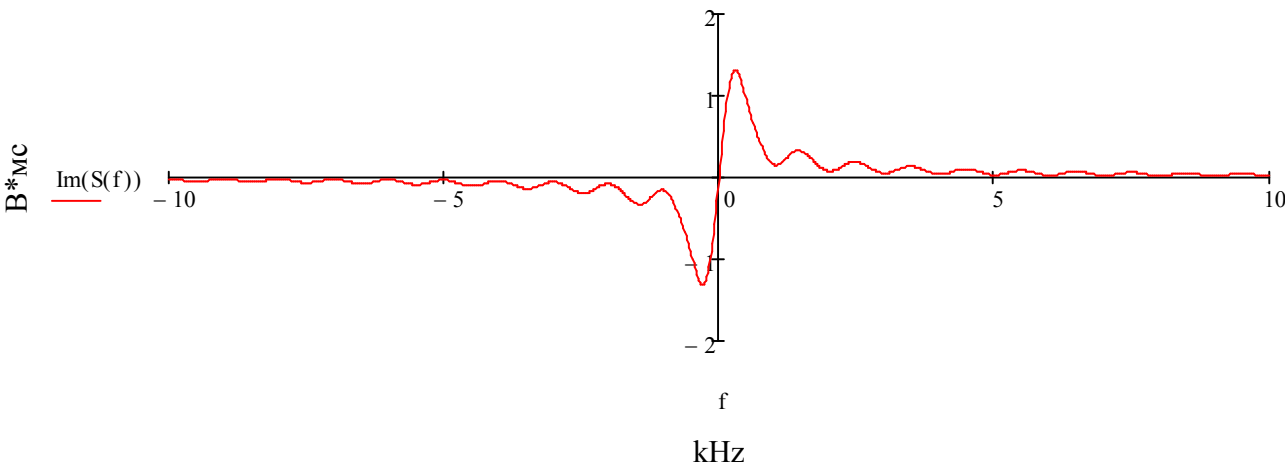
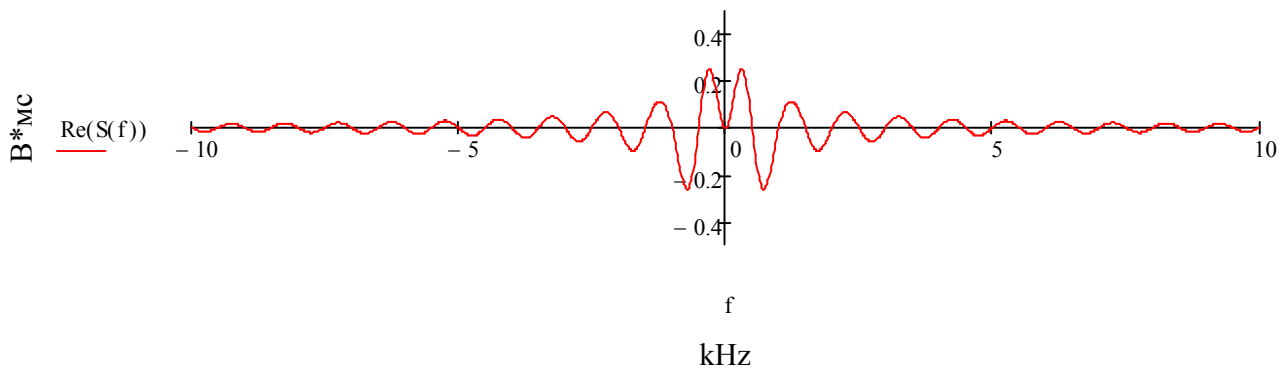
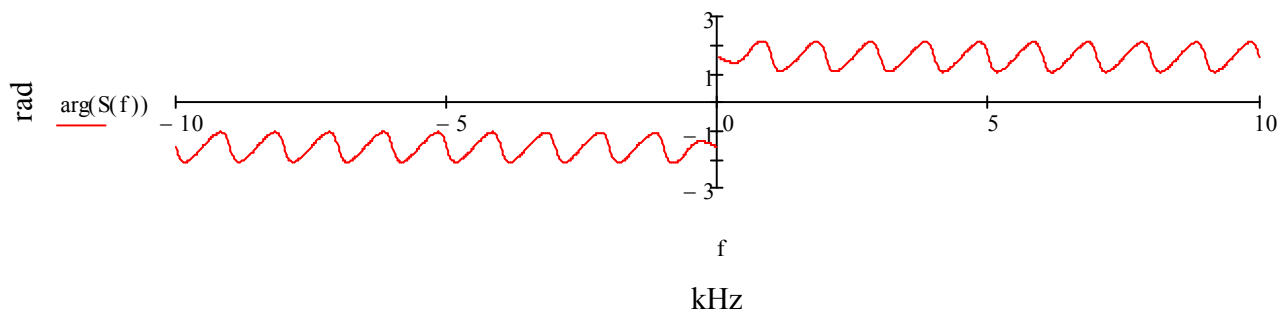
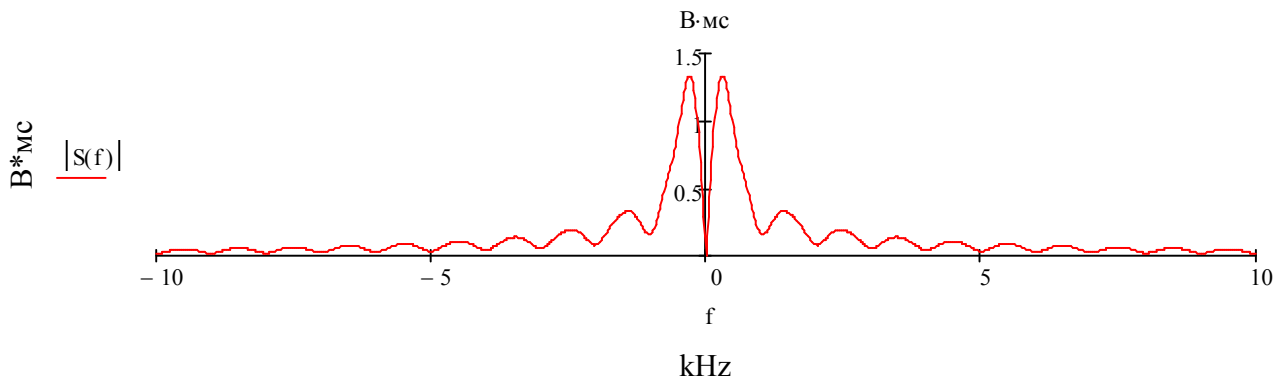
$$S'(f) = A \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Delta} - 2A + \frac{A}{2 \cdot \Delta} \cdot 2 \cdot \Delta \cdot \text{sinc}(\pi \cdot f \cdot 2 \cdot \Delta) \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Delta}$$

Спектральная плотность сигнала:

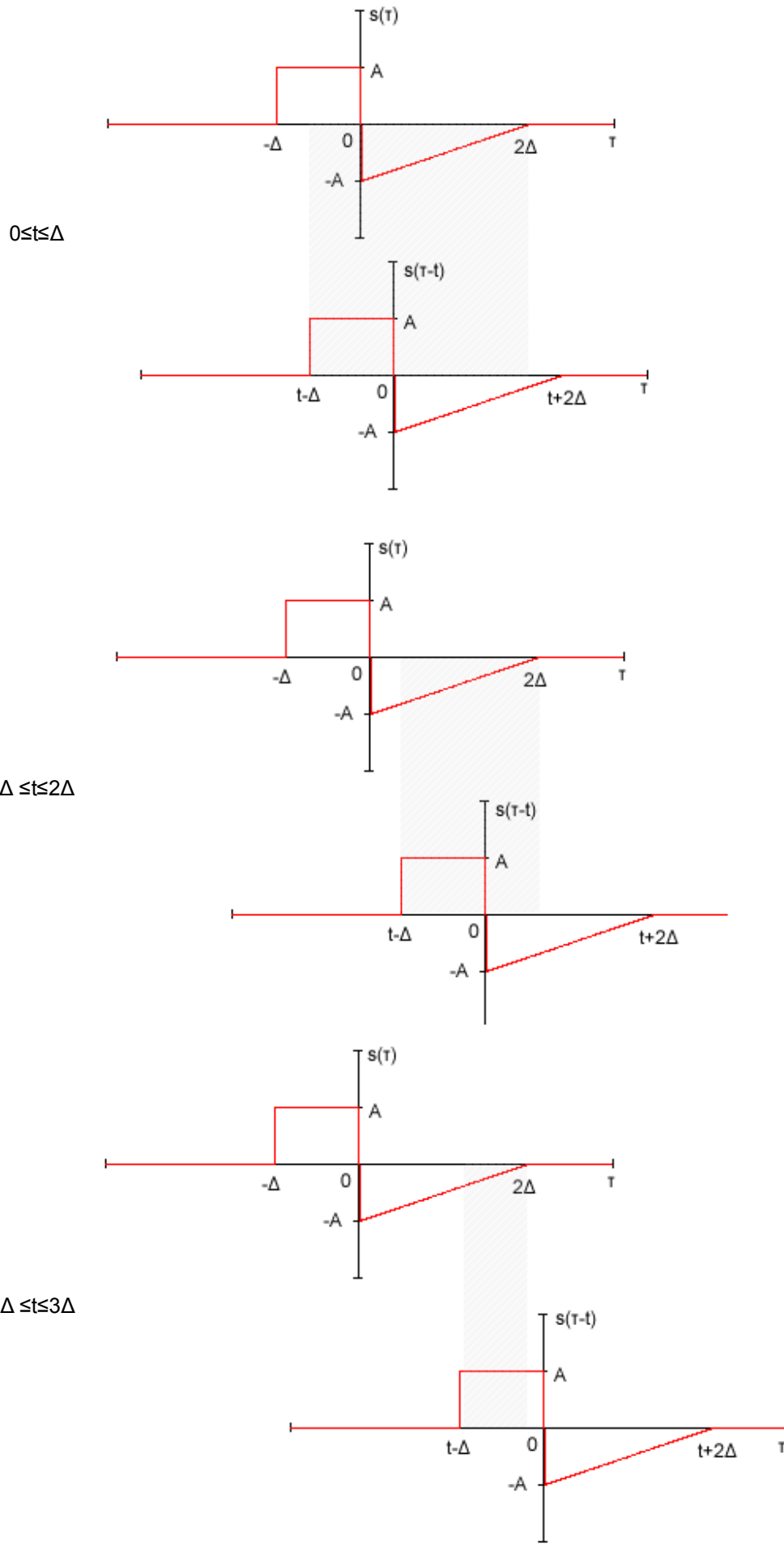
$$S(f) = \frac{S'(f)}{j \cdot 2\pi \cdot f} + \frac{S'(0)}{2} \cdot \delta(f)$$

$$S'(0) = A - 2A + A = 0$$

$$S(f) := \begin{cases} \frac{A}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f} \cdot (e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Delta} - 2 + \text{sinc}(\pi \cdot f \cdot 2 \cdot \Delta) \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Delta}) & \text{if } f \neq 0 \\ 0 & \text{if } f = 0 \end{cases}$$



AKФ

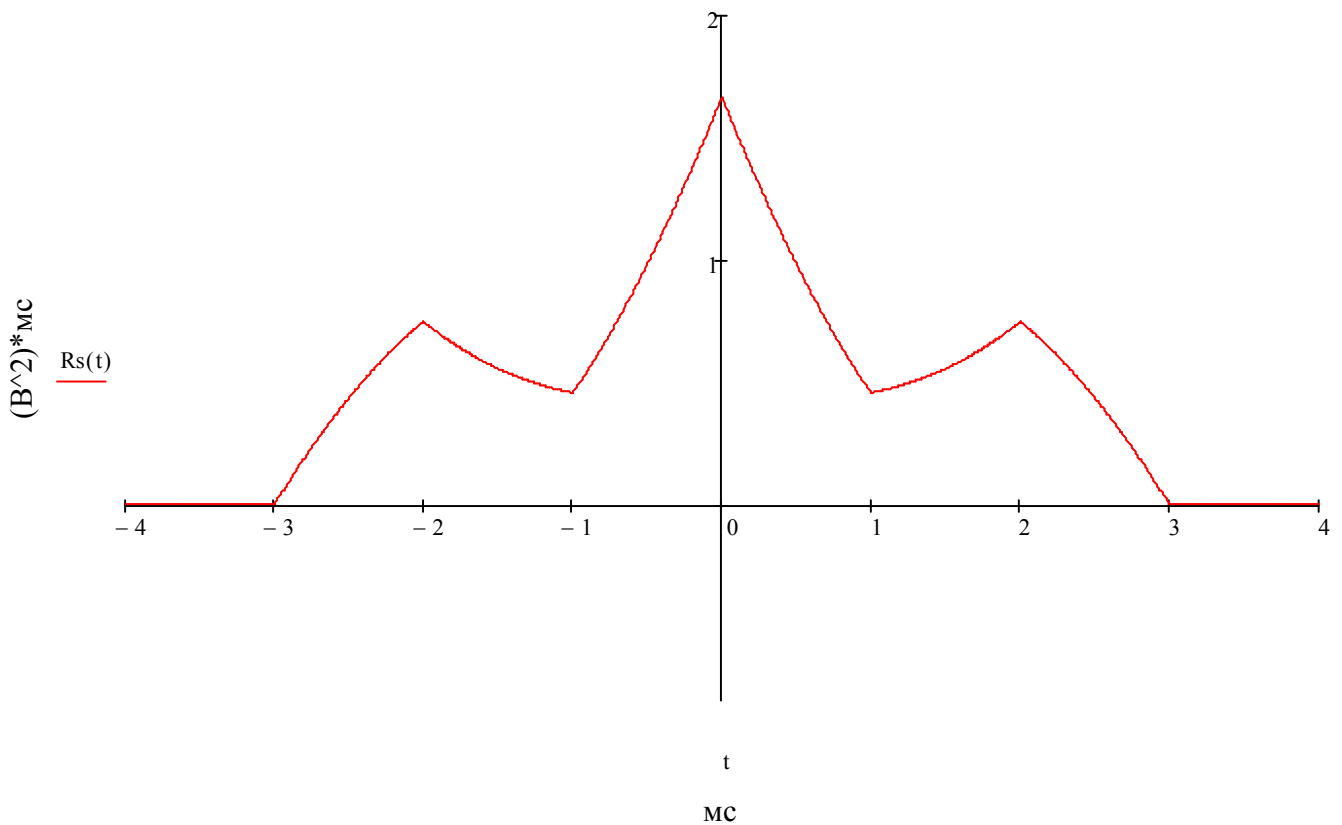


$$Rs1(t) := \int_{t-\Delta}^0 A^2 d\tau + \int_0^t \frac{A^2}{2\Delta} \cdot \tau d\tau + \int_t^{2\cdot\Delta} \frac{A^2}{4\cdot\Delta^2} \tau^2 d\tau - \int_t^{2\cdot\Delta} \frac{A^2}{4\cdot\Delta^2} \tau \cdot t d\tau$$

$$Rs2(t) := \int_{t-\Delta}^t \frac{A^2 \cdot \tau}{2\cdot\Delta} d\tau + \int_t^{2\cdot\Delta} \frac{A^2}{4\cdot\Delta^2} \tau^2 d\tau - \int_t^{2\cdot\Delta} \frac{A^2}{4\cdot\Delta^2} \tau \cdot t d\tau$$

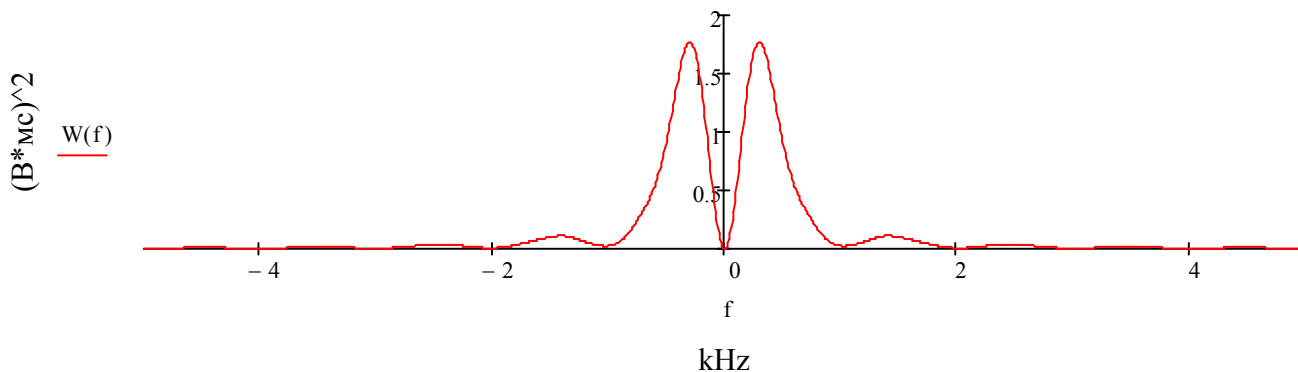
$$Rs3(t) := \int_{t-\Delta}^{2\cdot\Delta} \frac{A^2}{2\cdot\Delta} \cdot \tau d\tau$$

$$Rs(t) := \begin{cases} Rs1(t) & \text{if } 0 \leq t \leq \Delta \\ Rs1(-t) & \text{if } -\Delta \leq t \leq 0 \\ Rs2(t) & \text{if } \Delta \leq t \leq 2\cdot\Delta \\ Rs2(-t) & \text{if } -2\cdot\Delta \leq t \leq -\Delta \\ Rs3(t) & \text{if } 2\Delta \leq t \leq 3\cdot\Delta \\ Rs3(-t) & \text{if } -3\Delta \leq t \leq -2\Delta \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



### Энергетический спектр

$$W(f) := (|S(f)|)^2$$



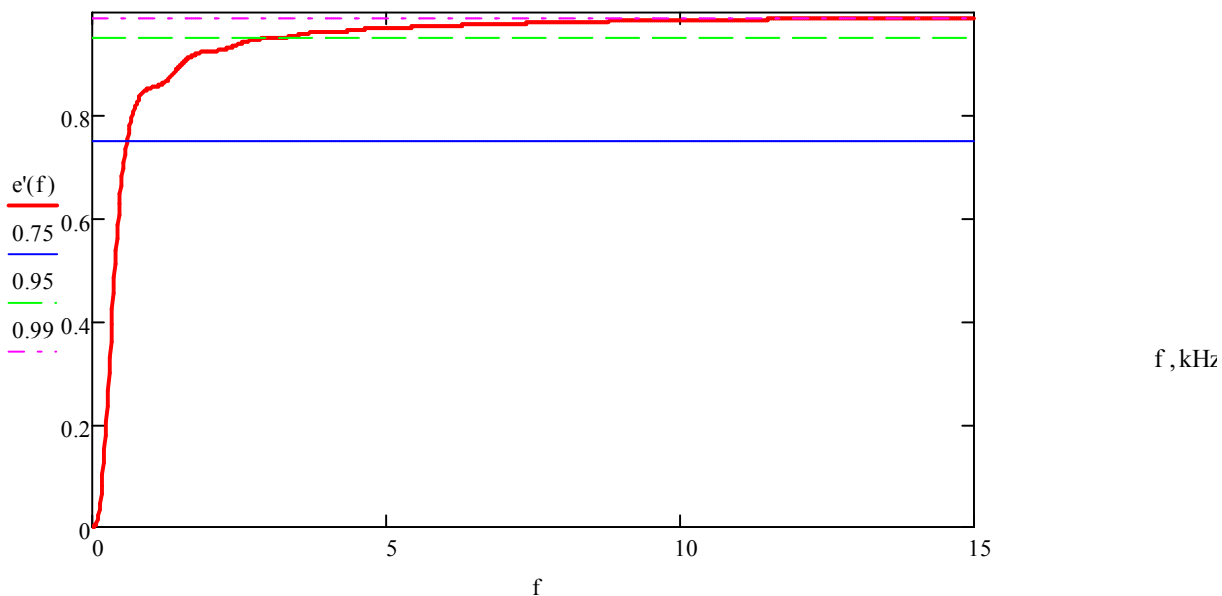
### Энергия сигнала

$$\int_{-\infty}^{\infty} (s(t))^2 dt = 1.667 \quad B^2 \cdot \text{mc}$$

$$\int_{-100}^{100} W(f) df = 1.664 \quad B^2 \cdot \text{mc} \quad R_s(0) = 1.667 \quad B^2 \cdot \text{mc}$$

### Определение полосы частот

$$W_p(F) := \int_{-F}^F W(f) df \quad e'(F) := \frac{W_p(F)}{R_s(0)}$$



$$e'(0.592) = 0.75$$

$$e'(3) = 0.95$$

$$e'(15) = 0.99$$

$$F1 := 0.592 \quad 75\%$$

$$F2 := 3 \quad 95\%$$

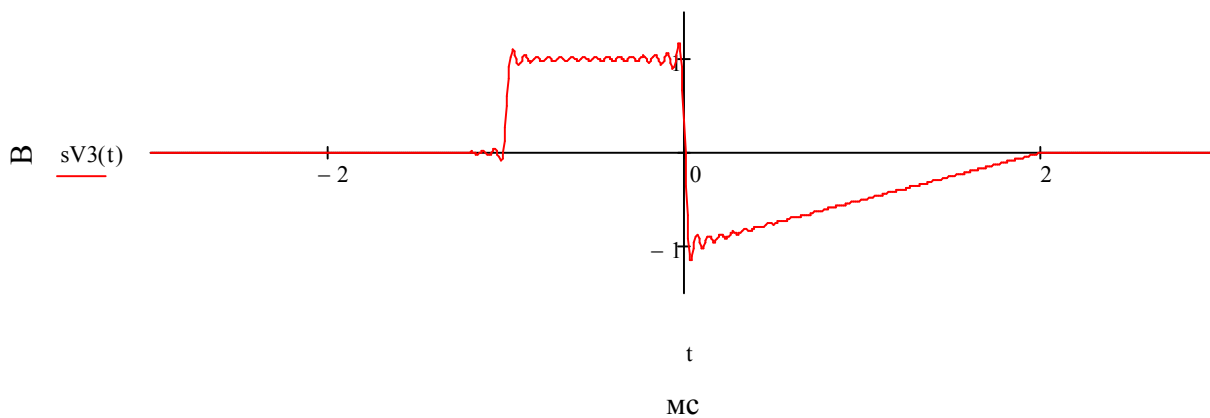
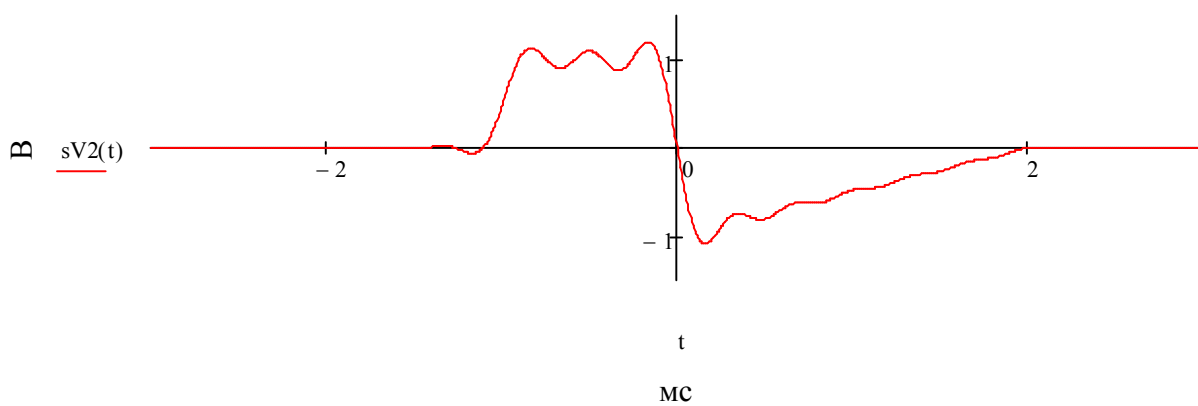
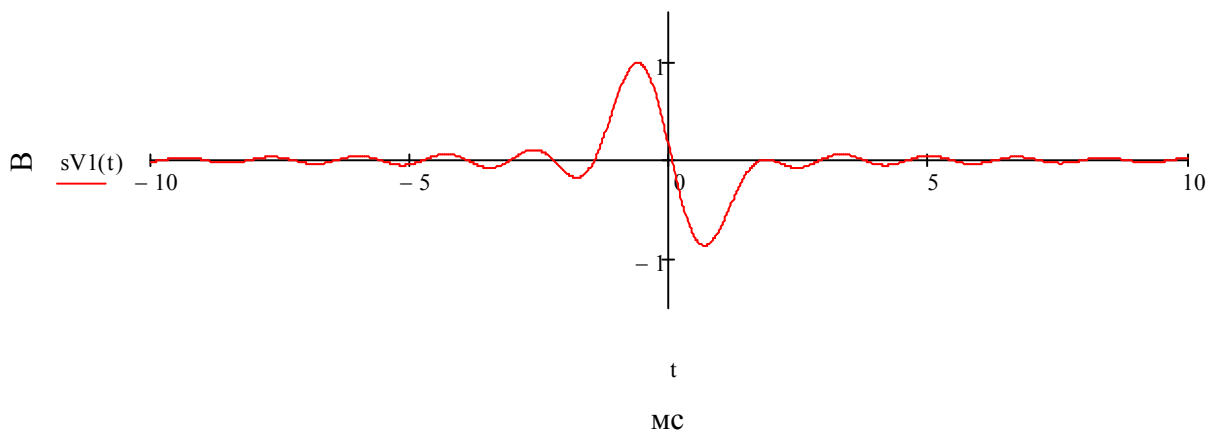
$$F3 := 15 \quad 99\%$$

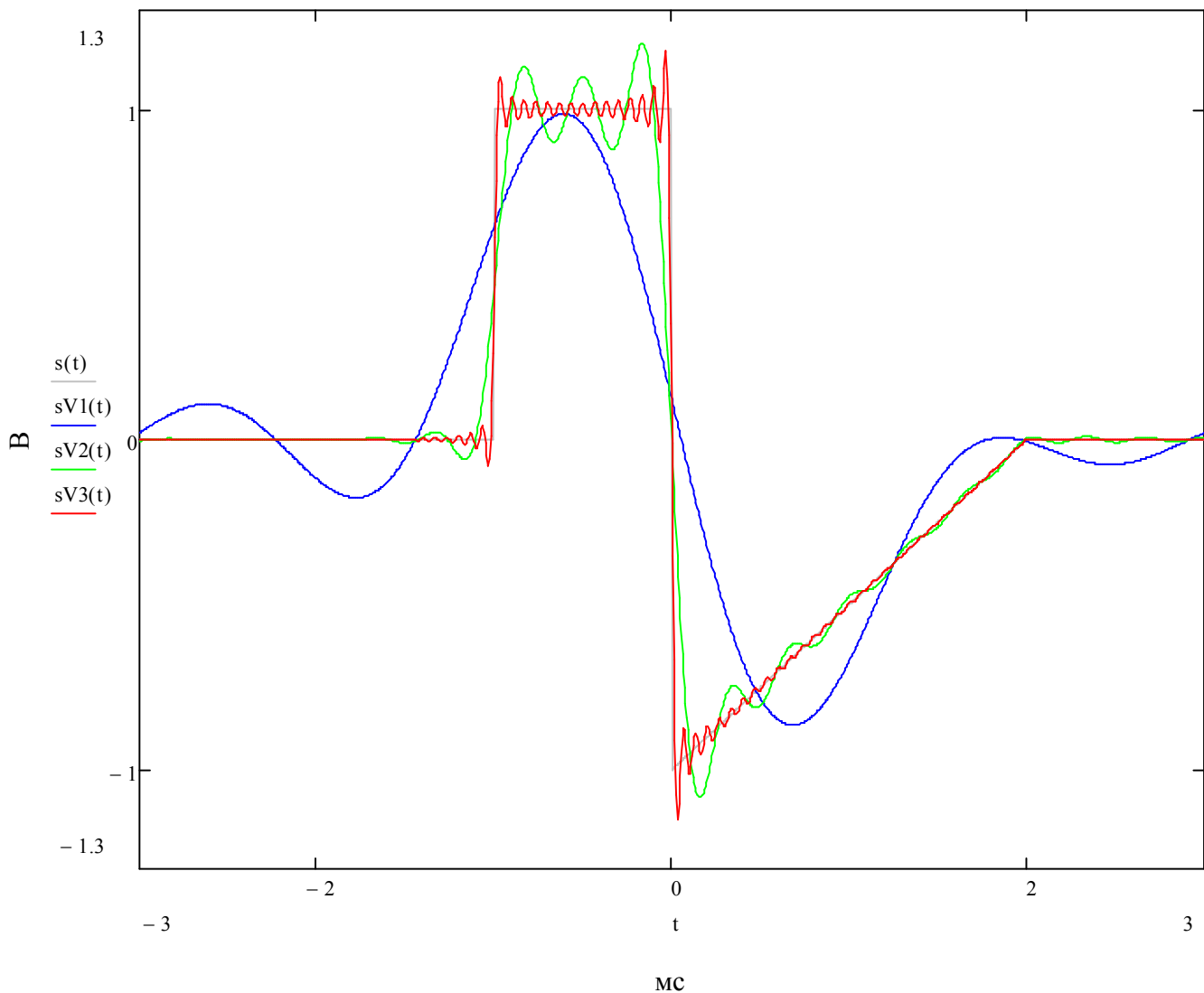
### Восстановление сигнала

$$sV1(x) := \int_{-F1}^{F1} S(f) \cdot \exp(i \cdot 2 \cdot \pi \cdot x \cdot f) df$$

$$sV3(x) := \operatorname{Re} \left( \int_{-F3}^{F3} S(f) \cdot \exp(i \cdot 2 \cdot \pi \cdot x \cdot f) df \right)$$

$$sV2(x) := \int_{-F2}^{F2} S(f) \cdot \exp(i \cdot 2 \cdot \pi \cdot x \cdot f) df$$





Погрешность.

$$E1 := \frac{\left[ \int_{-15\Delta}^{15\Delta} (sV1(t) - s(t))^2 dt \right]}{Rs(0)} \cdot 100$$

$$E1 = 24.811 \quad \%$$

$$E2 := \frac{\left[ \int_{-10\Delta}^{10\Delta} (sV2(t) - s(t))^2 dt \right]}{Rs(0)} \cdot 100$$

$$E2 = 5.036 \quad \%$$

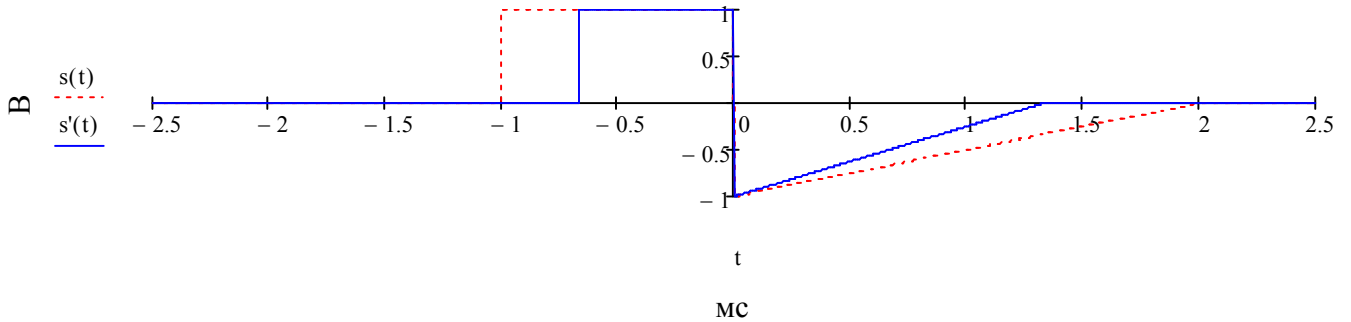
$$E3 := \frac{\left[ \int_{-5\Delta}^{5\Delta} (sV3(t) - s(t))^2 dt \right]}{Rs(0)} \cdot 100$$

$$E3 = 1.013 \quad \%$$

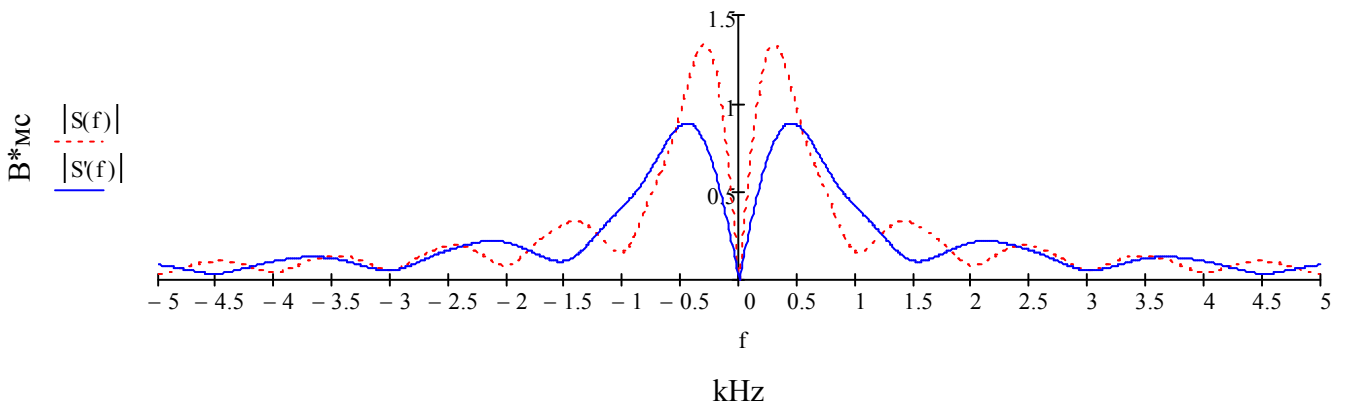
Уменьшим длительность сигнала в 1,5 раза

$$\Delta' := \frac{1}{1.5}$$

$$s'(t) := \begin{cases} A & \text{if } -\Delta' \leq t \leq 0 \\ \left(\frac{A}{2 \cdot \Delta'} \cdot t - A\right) & \text{if } 0 \leq t \leq 2 \cdot \Delta' \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



$$S'(f) := \begin{cases} \frac{A}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f} \cdot \left( e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Delta'} - 2 + \text{sinc}(\pi \cdot f \cdot 2 \cdot \Delta') \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Delta'} \right) & \text{if } f \neq 0 \\ 0 & \text{if } f = 0 \end{cases}$$



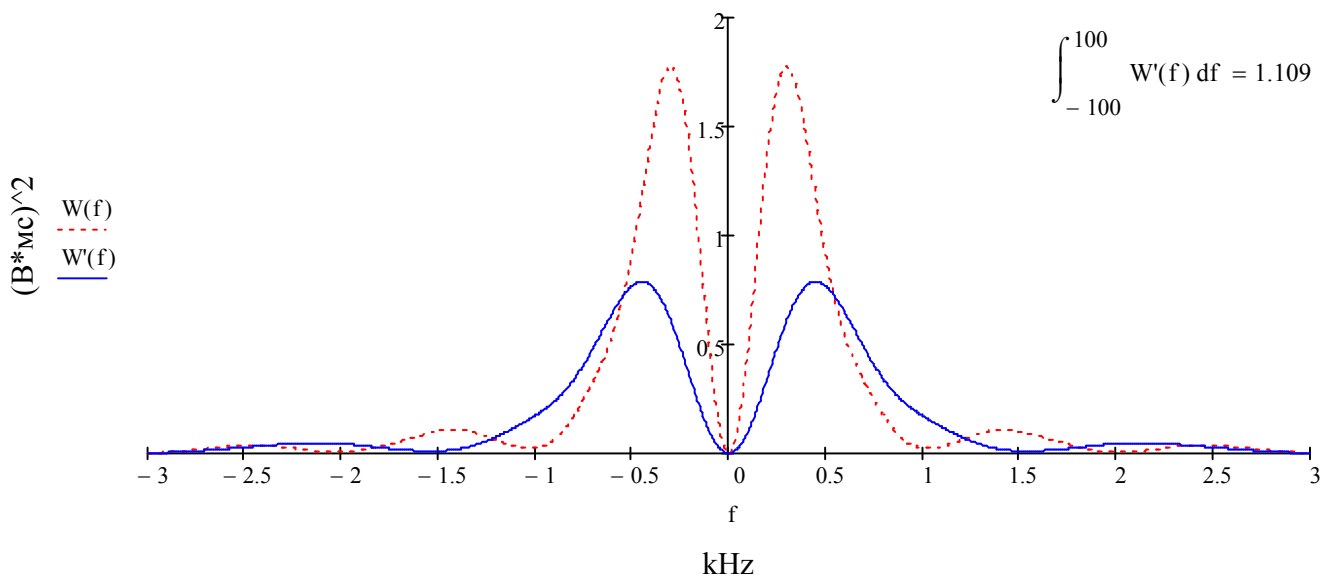
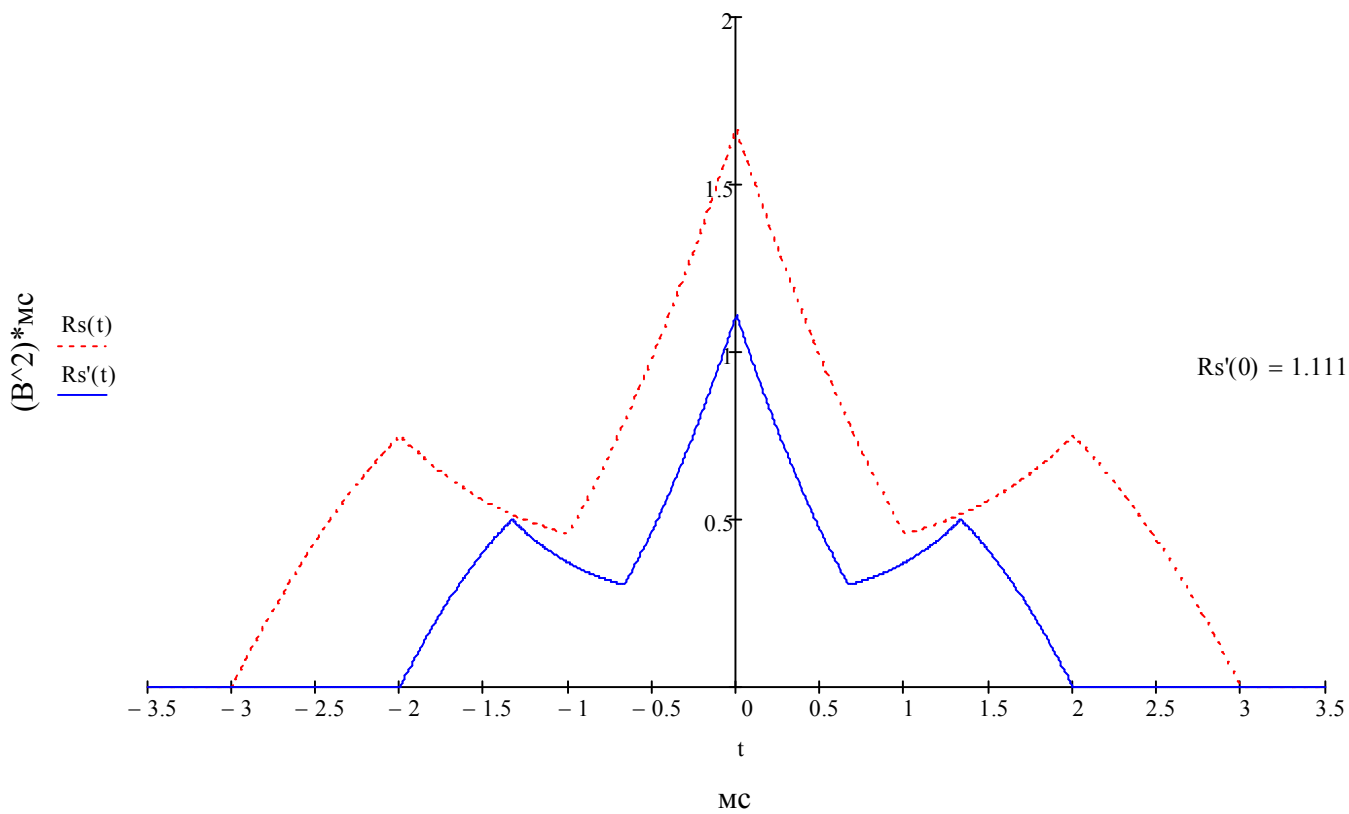
$$Rs1'(t) := \int_{t-\Delta'}^0 A^2 d\tau + \int_0^t \frac{A^2}{2\Delta'} \cdot \tau d\tau + \int_t^{2 \cdot \Delta'} \frac{A^2}{4 \cdot \Delta'^2} \tau^2 d\tau - \int_t^{2 \cdot \Delta'} \frac{A^2}{4 \cdot \Delta'^2} \tau \cdot t d\tau$$

$$Rs2'(t) := \int_{t-\Delta'}^t \frac{A^2 \cdot \tau}{2 \cdot \Delta'} d\tau + \int_t^{2 \cdot \Delta'} \frac{A^2}{4 \cdot \Delta'^2} \tau^2 d\tau - \int_t^{2 \cdot \Delta'} \frac{A^2}{4 \cdot \Delta'^2} \tau \cdot t d\tau$$

$$Rs3'(t) := \int_{t-\Delta'}^{2 \cdot \Delta'} \frac{A^2}{2 \cdot \Delta'} \cdot \tau d\tau$$



$$Rs'(t) := \begin{cases} Rs1'(t) & \text{if } 0 \leq t \leq \Delta' \\ Rs1'(-t) & \text{if } -\Delta' \leq t \leq 0 \\ Rs2'(t) & \text{if } \Delta' \leq t \leq 2 \cdot \Delta' \\ Rs2'(-t) & \text{if } -2 \cdot \Delta' \leq t \leq -\Delta' \\ Rs3'(t) & \text{if } 2\Delta' \leq t \leq 3 \cdot \Delta' \\ Rs3'(-t) & \text{if } -3\Delta' \leq t \leq -2\Delta' \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



Выводы.

1. Проверим соотношения

$$\int_{-100}^{100} S(f) df = -2.533 \times 10^{-4} \text{ В} \quad s(0) = -1 \text{ В}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} s(t) dt = 1.473 \times 10^{-7} \text{ В} \cdot \text{мс} \quad S(0) = 0 \text{ В} \cdot \text{мс}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(f) df = 1.666 \text{ В}^2 \cdot \text{мс}^2 \quad R_s(0) = 1.667 \text{ В}^2 \cdot \text{мс}^2$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_s(t) dt = 4 \text{ В}^2 \cdot \text{мс} \quad W(0) = 0 \text{ В}^2 \cdot \text{мс}^2$$

2. Чем шире полоса частот, рассматриваемая при восстановлении сигнала, тем точнее само восстановление.
3. При уменьшении длительности сигнала в 1.5 раза, уменьшается энергия сигнала в 1.5 раза, что хорошо видно на графике АКФ в точке  $t=0$ .  
АКФ уменьшилась в 1.5 раза.  
Максимальное значение спектра сигнала тоже уменьшилось в 1.5 раза.  
Максимальное значение энергетического спектра уменьшилось в 2.25 раза. ( $1.5^2$ )
4. Ширина спектра обратно пропорциональна длительности сигнала. При уменьшении длительности сигнала в 1.5 раза, ширина спектра становится шире в 1.5 раза. Аналогичная ситуация с энергетическим спектром.
5. Из графика восстановленного сигнала видно, что период колебаний равен 0.068 мс, что соответствует частоте  $f=1/T$ , то есть 14,7 КГц.